SCIENCE.
OLYMPIAD.CH
WISSENSCHAFTS-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE LA SCIENCE
OLIMPIADI DELLA SCIENZA

PHYSICS.
OLYMPIAD.CH
PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

# # #

Schweizerische Physikolympiade 2022

Aarau, 19. März 2022

Experiment 2
Helmholtz-Resonator

Dauer: 90 Minuten
Total 24 Punkte

Erlaubte Hilfsmittel Taschenrechner ohne Formelspeicher
Schreib- und Zeichenmaterial

Inhalt

1. **Einleitung**
2. **Material**
3. **Hinweise**
4. **Aufgaben**
5. **Anhang A** **Funktionsgenerator**
   Anhang B **Digitaloszilloskop**
   Anhang C **Mikrofon**

Remark: 2. This experiment was prepared already by mid of March 2020 an replaced by another online experiment due to corona.

PHYSIK OLYMPIADE wir unterstützt durch

Staatssekretariat für Bildung, Forschung und Innovation
Dectris AG
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
EMPA - Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

1. Einleitung

Sicher kennst Du das folgende Phänomen: Bläst Du über die Öffnung einer leeren Flasche, so kannst Du einen Ton erzeugen. Man könnte nun denken, dass in der Flasche stehende Wellen angeregt werden, ähnlich wie in einer Orgelpfeife. Misst man aber die Frequenz und vergleicht sie mit der von stehenden Wellen in der Flasche, stellt man fest, dass diese Erklärung nicht zutreffen kann. Hermann von Helmholtz gab vor gut 160 Jahren die richtige Erklärung für diese Schwingungen.

Helmholtz-Resonatoren

Helmholtz erklärt die Schwingungen so (siehe Abb. 1): Die Luftsäule im Hals H der Flasche wirkt bei den Schwingungen wie eine (träge) Masse, die zylindrische Luftmasse bewegt sich als Ganzes hin und her. Die Elastizität des Luftvolumens V_L wirkt hingegen wie eine Feder, man hat also ein Masse-Feder-System. Diese Aufteilung in Masse und ‚Feder' wird so begründet: Die Luft im Hals der Flasche bewegt sich bei einer Schwingung wegen der Kontinuitätsgleichung deutlich schneller als die Luftmasse im Flaschenvolumen, entsprechend sind auch die Beschleunigungen grösser, und damit überwiegt die träge Wirkung der Luftmasse im Hals. Umgekehrt bewegt sich die Luft im Flaschenvolumen langsamer als im Hals und wirkt als ‚Luftpolster' und somit als Feder. Solche Resonatoren werden Helmholtz-Resonatoren genannt. Beachte: In einem Helmholtzresonator ist die Frequenz nicht wie in einer Orgelpfeife durch eine stehende Welle gegeben!

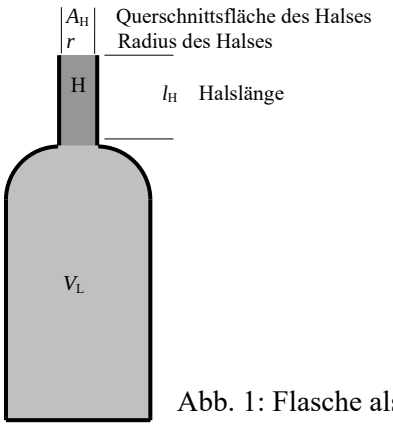


Abb. 1: Flasche als Helmholtzresonator

Eine Analyse des Problems ergibt, dass die Frequenz von den Abmessungen wie folgt abhängt:

$$f = \frac{b}{2\pi}(V_L)^{\alpha}\,(l'_H)^{\beta}\,(A_H)^{\gamma} \qquad (1)$$

Die Länge l'_H ist die sogenannte effektive Halslänge

$$l'_H = l_H + 1.6 \cdot r. \qquad (2)$$

Die physikalische Begründung dafür ist, dass die Bewegung der schwingenden Luftsäule im röhrenförmigen Hals an den Enden nicht abrupt endet, sondern im offenen Raum eine Übergangszone hat. Diese muss zur trägen Masse hinzugerechnet werden.

2. Material

1 Flasche (PET-Getränkeflasche)
3 steife Prokifolien
Schere
Klebeband
Massstab
Schublehre
Genügend Wasservorrat in PET-Flaschen
Trichter, Haushaltpapier
Waage
Stativ
Auswertepapiere
Frequenzgenerator, BNC-Kabel
KO (digital)
Mikrofon (mit Speisung über USB)

3. Hinweise (vor dem Experiment gründlich durchlesen)

Die Lösung muss enthalten:

- Kurze klare Beschreibung, wie bei der Messung vorgegangen wurde, auf was geachtet wurde
- Klare Darstellung der Messresultate
- Begründung der Methode für die Auswertung
- Dokumentierte Auswertung

Die Messung der Resonanz-Frequenzen erfolgt durch Anregung mit einem Sinus-Signal eines Lautsprechers in der Nähe der Flaschenöffnung. Der Lautsprecher wird von einem Tongenerator angeregt. Die Schall-Amplitude wird mit einem kleinen Mikrofon im Flaschenvolumen V_L aufgenommen und mit einem Oszilloskop dargestellt (willkürliche Einheiten), die Frequenz wird so eingestellt, dass bei Resonanz eine maximale Amplitude erreicht wird. Achte darauf, dass das Mikrofon nie ins Wasser eintaucht. Details und wichtige Hinweise zum Tongenerator findest Du im Anhang A, für das Oszilloskop im Anhang B, und zum Mikrofon im Anhang C

Physikalische Konstanten

Schallgeschwindigkeit c = 340 m/s
Dichte von Wasser ρ = 1000 kg/m^3

4. Aufgaben

(a) Messungen an der leeren Flasche.

(a1) Erzeuge mit der leeren Flasche durch anblasen einen Ton und miss dessen Frequenz f_1. Für die Messung der Frequenz soll das Mikrofon ausserhalb der Flasche sein.

(a2) Berechne die Frequenz f_2 unter der Annahme, dass sich in der Flasche eine stehende Welle bildet.

(b) Bestimmung des Exponenten α.

Untersuche die Resonanz-Frequenzen f für verschiedene Volumina V_L (typisch 5 bis 7 Messpunkte), bei konstanter Halslänge l_H. Verwende keine kleineren Volumina als 0.20 Liter.

Bestimme aus den Messdaten durch eine geeignete Auswertemethode den Exponenten α.

(c) Bestimmung des Exponenten β

Untersuche die Resonanz-Frequenzen f für verschiedene Halslängen l. Es sind typisch 4 bis 7 Messungen durchzuführen. Die Messungen für verschiedene Halslängen sollen für ein Flaschenvolumen von ca. 0.7 Liter durchgeführt werden.
Bestimme aus den Messdaten durch eine geeignete Auswertemethode den Exponenten β.

Hinweis:
Die Halslänge kann mit der beigelegten Folie wie folgt verlängert werden: Ein geeignetes Stück Folie wird gerollt und in den Flaschenhals geschoben. Du kannst die Folie bei Bedarf mit der Schere zuschneiden und mit Klebeband fixieren. Die Form des so erzeugten Rohres soll zylindrisch, und nicht etwa konisch sein. Verwende immer die gleiche Anzahl Wicklungen der Folie (Grund: Damit der Halsquerschnitt immer gleich ist). Darum ist es auch wichtig, dass die Folie über die ganze Halslänge in der Flasche steckt. Schiebe die Folie aber nicht zu weit ein, Du musst sie wieder herausziehen können!

(d) Bestimmung der Konstanten b

Der dritte Exponent γ in der Formel (1) kann nicht mit einfachsten Mitteln gemessen werden, darum ist er hier gegeben:

$$f \text{ ist proportional zu } A_H^{1/2} \quad (\gamma \text{ ist} = ½). \qquad (3)$$

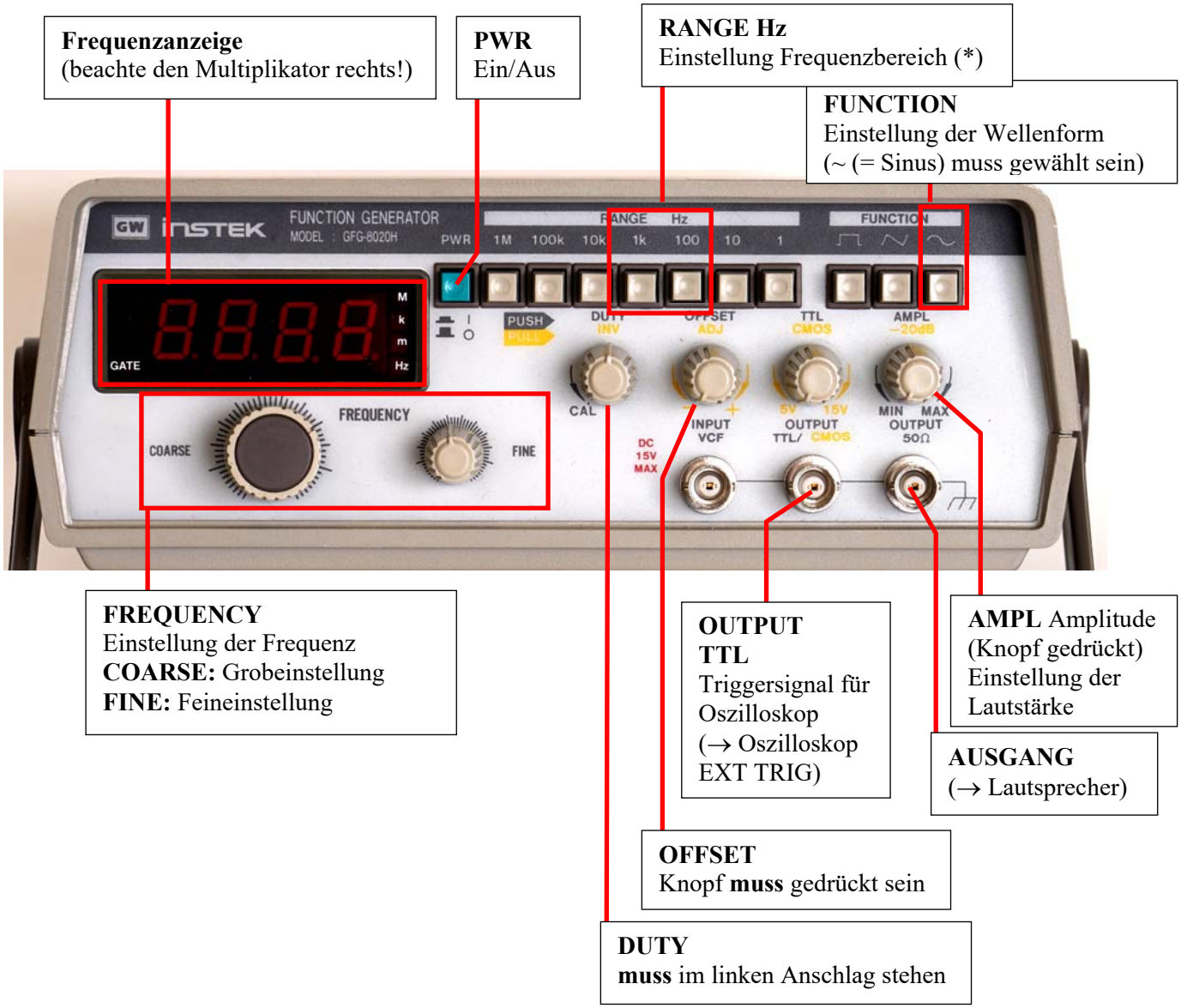
Bestimme die Konstante b des Ausdrucks (1) mit den in (b) und (c) erhaltenen Resultaten. Verwende in der Rechnung mit der Formel (1) das maximale Luftvolumen und die Frequenz f_1 aus Aufgabe (a1), sowie die Beziehung (3) unter Einbezug der Abmessungen des Flaschenhalses.

Funktionsgenerator

Funktion:

1. Erzeugung eines Sinus-Signals mit einer einstellbaren Frequenz und Amplitude
2. Speisung des Lautsprechers mit diesem Signal

Kurze Beschreibung der wichtigsten Einstellelemente:



(*) Einstellbereich Frequenz: (Knopf FINE in Mittelstellung)

Stellung „100“:	ca. von 16 Hz … 230 Hz
Stellung „1k“	ca. von 160 Hz bis 2.3 kHz

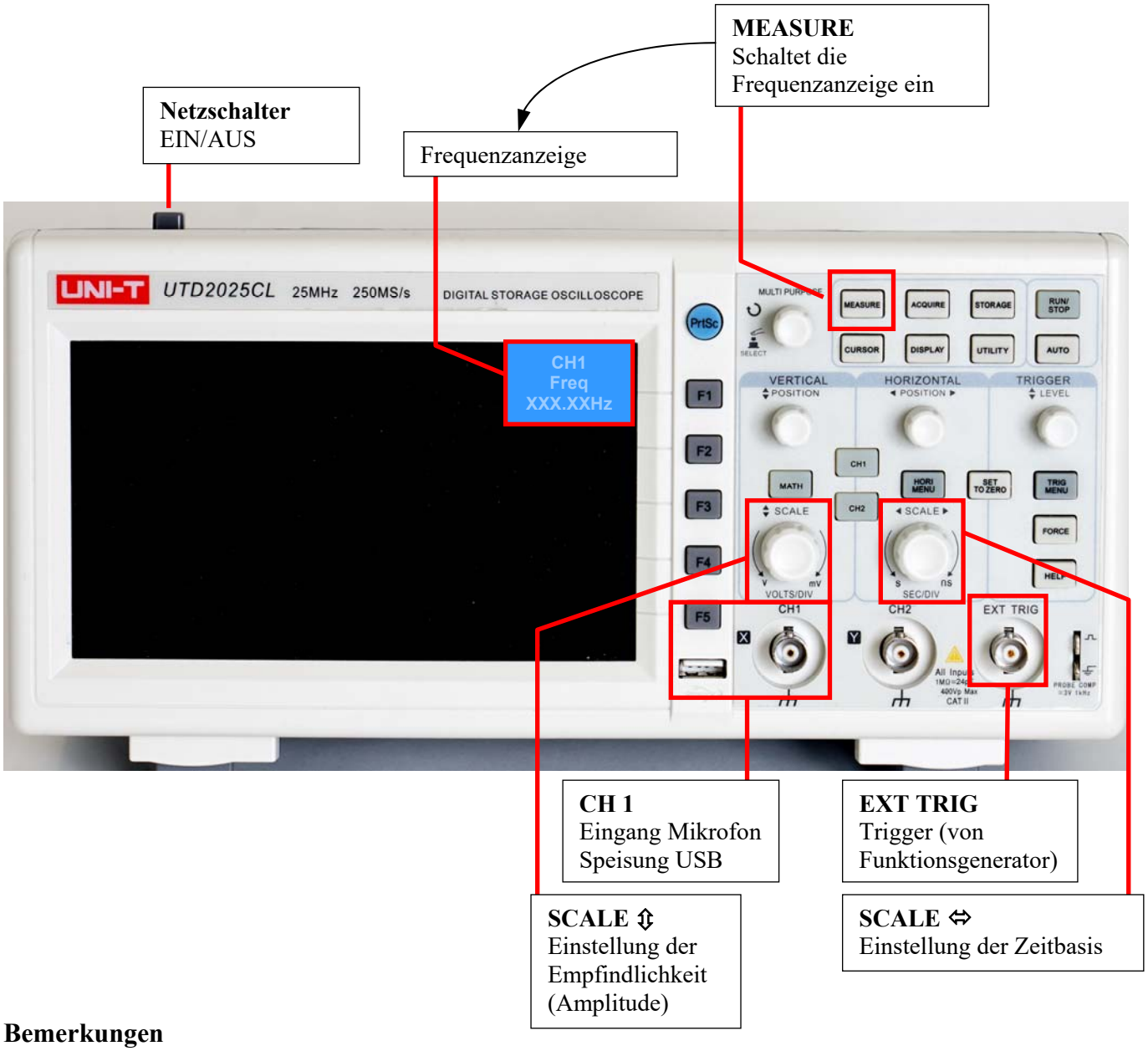
Die Frequenzanzeige schwankt typisch in der hintersten Stelle. Die Ablesung kann auf typ. 3 signifikante Ziffern erfolgen.

Verwende immer den tiefsten möglichen Frequenzbereich RANGE (Grund: Auflösung der Einstellung).

Digitaloszilloskop

Funktion:

1. Darstellung des Mikrofonsignals (Bestimmung der maximalen Amplitude bei Resonanz)
2. Messung der Frequenz des Mikrofonsignals (Aufgabe (a1))

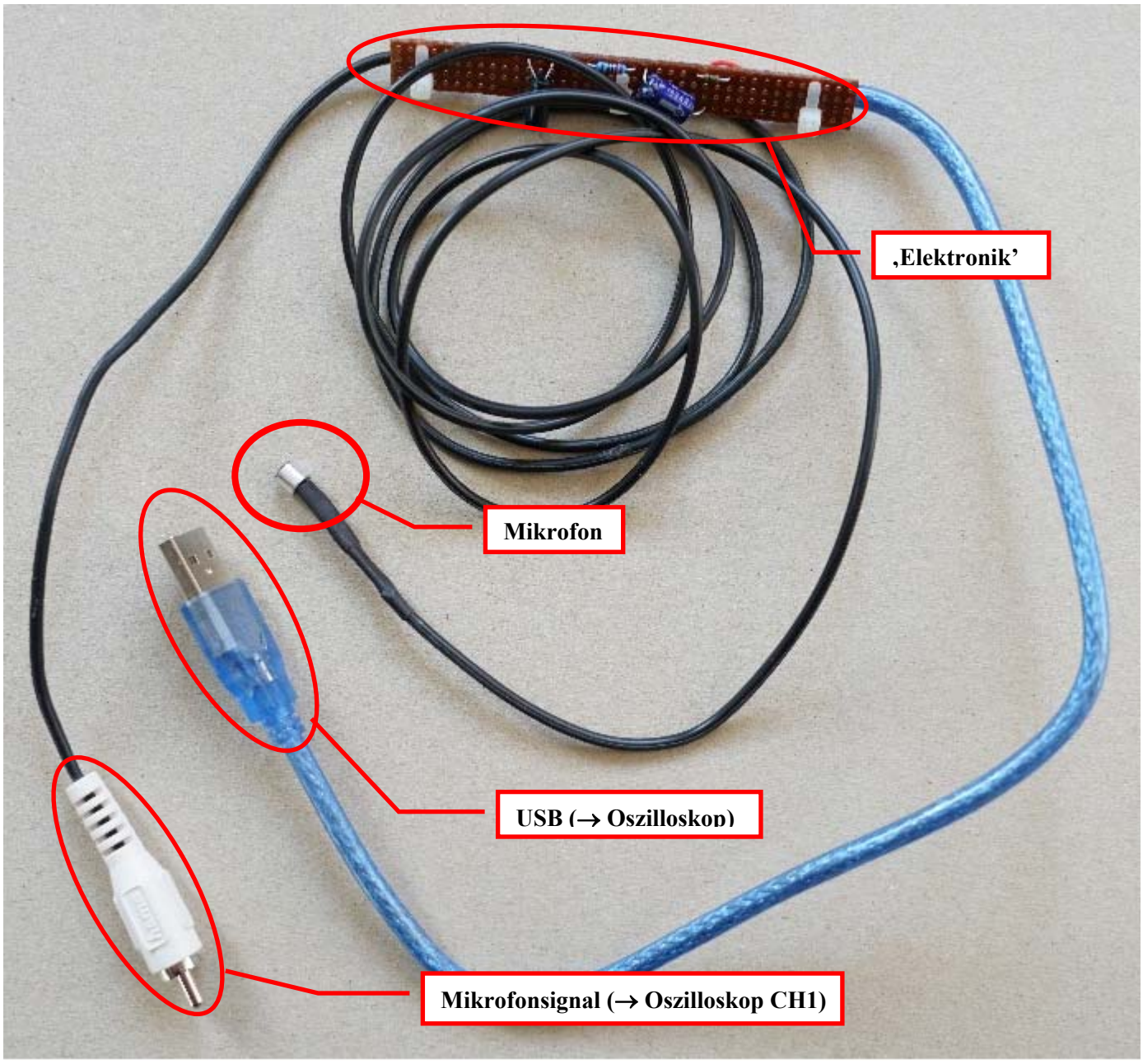


Bemerkungen

- Die Kabelverbindungen zum Mikrofon und zum Funktionsgenerator sind bereits hergestellt.
- Auf dem Mikrofonsignal können besonders bei schwachen Signalen Störungen sichtbar sein, die aber bei der Bestimmung der Resonanzfrequenzen nicht stören.
- Für die Frequenzmessung (Aufgabe (a1)) ist es notwendig, dass die Darstellung des Signals nicht zu klein und nicht zu gross ist (Übersteuerung), die Einstellung erfolgt mit **SCALE ⇕.** Auf dem Bildschirm sollten wenige Schwingungen zu sehen sein, Einstellung durch **SCALE ⇔.**
- Mit dem Knopf MEASURE wird auf dem Bildschirm die Frequenzanzeige eingeschaltet. Diese kann sich geringfügig von der Frequenz des Funktionsgenerators unterscheiden (relativer Fehler < 10^{-3} oder 10^{-4})
- Das Oszilloskop wird extern getriggert, damit das Signal auf dem Bildschirm stabil ist. Das Triggersignal kommt vom Funktionsgenerator (TTL OUTPUT).
- Durch die Triggerung des Oszilloskops sieht man um die Resonanzfrequenz herum eine deutliche Phasenverschiebung des Mikrofonsignals.

Anhang C Mikrofon mit USB-Anschluss

Das Bild zeigt das Mikrofon mit den Anschlusskabeln. Das Mikrofon wird an Deinem Arbeitsplatz bereits richtig angeschlossen sein.

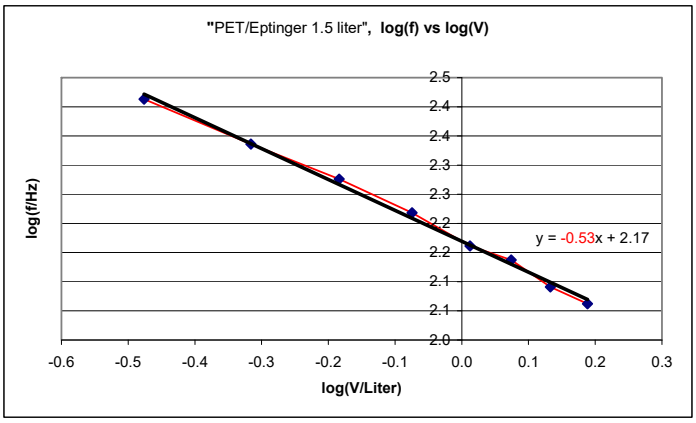


EXPERIMENT 2 Solution/Marking Scheme

task	subtasks	POINTS
(a)	**Measurements of the empty bottle (note: in the sample solution a 1.5 litre PET bottle was used)**	**(3)**
	Measurement of the frequency of the empty bottle with the blowing method • Microphone outside the bottle (given in the task) • Frequency f_1 = 117 Hz (within range (117 -5) Hz to (117 + 5) Hz) (value for a 1.5 litre PET bottle) (frequency depends on the avtual bottle used) Value should be given as **XXX Hz** (and not as XXX.X Hz oder XXX.XX Hz): reasonable accuracy **[-1/2 if not]**	1
(a2)	**Calculation of the standing frequency f_2 in the bottle** • Standing wave in the bottle, one end closed, one end open: $\lambda/4 = h$ (height of the bottle), $\rightarrow \boldsymbol{\lambda = 4\cdot h}$ • $\boldsymbol{f_2 = c/\lambda = c/(4\cdot h)}$ **[0 pts if h is not equal to $\lambda/4$]**	1
	• numerical values **f_2 from 340/(4·0.34) = 250 Hz** to **f_2 = 340/(4·0.31) = 274 Hz** acceptable values of height h: without bottleneck: 310 mm, with bottleneck 340 mm **[–1 pts if numerical value wrong, –1/2 if units are wrong]**	1
(b)	**Determination of exponent α (for sample data and graph see next page (b'))**	**(8)**
	Measurements • **determination of bottle air volume (guessed values like 1.5 l are not accepted! The bottle has no volume marking)** most precise method: measure the weiht of the bottle, fill the bottle up to the neck with water, weight the water (or tara with bottle) **[method measured *height × cross section* is not accepted: 0 pts]** measured values: empty bottle: 32 - 33 g, with water: 1590 g ± 5 g, water only: **1557 g ± 7 g, Volume 1.557 l** (the students are free in the choice of the units, however, a clear statement of the units is mandatory)	1
	• **description of experimental set up/method** determination of air volume by weighting method (correct calculations, reproducible) loudspeaker approx. 1 cm to some cm above the opening of the bottle, attached with adhesive tape to the stand (sketch) microphone inserted in the bottle, in the air volume	1
	• **data** (for sample values see reverse side) 5+ measured values, clearly arranged in a table **[if less than 5 measured points: 1 pt., less than 3: 0 pts.]** points approx. equally distributed over volume range ~1.557 l to 0.15 l frequency should increase for decreasing volume **[plausibility check for measured frequencies: see next page]**	2
	Data evaluation (for sample graph see reverse side) • The only possible method for the determination of α is a log-log plot (α = slope) • Plot of the data: abscissa: log(V), ordinate: log(f) if student uses reversed axes: check for correct sign of slope plot either by using the log/log paper or by calculation of log(V) and log(f) and a lin/lin plot (aequivalent) **[method]** The used units are irrelevant (e.g. m^3, cm^3, mm^3, l) correct plot required with labelled axes, best straight line determination of the slope (used triangle should be indicated) **[axes not labelled: –1/2 pt]** • Correct result (**slope approx –0.5**, – sign important) **[wrong sign: –1/2 pt]**	1 2 1
(c)	**Determination of exponent β (for sample data and graph see next page (c'))**	**(9)**
	Experimental method (description) • roll the given foil to a tube, insert the tube correctly (inner end of the tube at the inner end of the bottle throat) use adhesive tape to stabilise the arrangement: sketch with setup and measured length of throat • for resonance frequency determination use the analogue method as in (a) (speaker/microphone arrangement) • bottle should be filled with approx 0.8 l of water (for an air volume of ~0.7 l), exact value is not important (the water serves to shift the resonance frequencies to higher values: better efficiency of loudspeaker an microphone)	1
	measurements (for sample values see reverse side, due to inaccurate water volume and throat diameter comparison is difficult) • use as much of the full possible range 30 cm **[0 pts if length smaller than 20 cm]** • ~equally spaced length like 5cm / 10 cm / 15 cm / 20 cm / 25 cm / 30 cm resulting in 6 measured values (not less than 5) **[1/2 pt if 5 lengths, 0 pts if less than 4 lengths]** • frequency should decrease for increasing throat length (check for grade) • measured values clearly arranged in a table (with units) **[–1/2 pts for missing units]**	1 1 1
	• **Data evaluation** (for sample graph see reverse side) • The only possible method for the determination of β is a log-log plot (β = slope) • End correction (extension of the table): the length should be corrected $l' = l + \mathbf{1.6}\cdot r$ (*) throat radius r = **1.0.4 cm** (for 3 turns of the foil) **[1/2 pt if end correction wrong]** • Plot of the data: abscissa: log(***effective*** *throat length*), ordinate: log(f) if student uses reversed axes: check for correct sign of slope plot either by using the log/log paper or by calculation of log(*effective throat length*) and log(f) and a lin/lin plot **[method]** the used units are irrelevant (m, cm, mm) correct plot with labelled axes, best straight line determination of the slope (used triangle should be indicated) **[axes not labelled: –1/2 pt]** • Correct result (slope approx –0.5, – sign important) **[wrong sign: –1/2 pt]**	1 1 2 1
(d)	**Determination of constant b (for sample data see next page (d'))**	**(4)**
	Solve $f = \frac{b}{2\pi}(V_L)^{\alpha}(l'_H)^{\beta}(A_H)^{\gamma}$ for b: $b = \frac{2\pi f}{(V_L)^{\alpha}(l'_H)^{\beta}(A_H)^{\gamma}}$	1
	• use the values V_L full air volume, **from (b),** corresponds to measurement of f_1 in (a) α **from (b)** l' throat length of bare bottle + end correction (**1.6**·r)!, **data from (b)** β **from (c)** $A_H = \pi r^2$ throat cross section (bare bottle without cable, corresponds to (a)), **r = 10.8 mm** γ given in the task (= ½) f_1 **from (a),** for full air volume, no cable, **[1 pt if one input data is wrong, 0 pts if two or more input data wrong]**	2
	• correct numerical evaluation of the given data (from theory b is the speed of sound!)	1

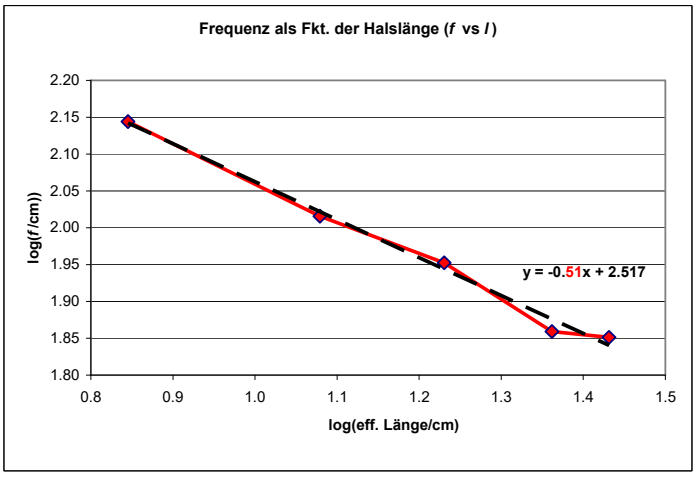
(b) Determination of exponent α: sample data and graphs

bottle volume	1.543 Liter					
V_incr	Füllemenge	Vol	f/Hz	log(V(Liter)	log(f/Hz)	f_ratio
	0	**1.543**	**115.4**	0.188	2.062	1
0.185	0.185	**1.358**	**123.3**	0.133	2.091	1.07
0.172	0.357	**1.186**	**137.2**	0.074	2.137	1.19
0.157	0.514	**1.029**	**144.9**	0.012	2.161	1.26
0.187	0.701	**0.842**	**165.3**	-0.075	2.218	1.43
0.187	0.888	**0.655**	**188.8**	-0.184	2.276	1.64
0.172	1.06	**0.483**	**216.7**	-0.316	2.336	1.88
0.149	1.209	**0.334**	**259**	-0.476	2.413	2.24



(c) Sample values and data evaluation

Korrekturfaktor		2		
Radius Hals		1	cm	
Halslänge	Halsl eff	f	log(l')	log(f)
(cm)	(cm)	(Hz)	-	-
5	**7.0**	**139.4**	0.85	2.14
10	12.0	103.7	1.08	2.02
15	17.0	89.6	1.23	1.95
21	23.0	72.3	1.36	1.86
25	**27.0**	**71**	1.43	1.85



(d) Evaluation of constant *b*

Use the following data

Radius of throat $r = 1.08$ cm $= 0.0108$ m

Cross section of bottle throat $A_H = \pi r^2 = \pi\,(0.010)^2 = 0.000314$ m^2

Air volume (empty bottle) $V_H = 0.00150$ m^3

Frequency $f = 117$ Hz

Effective throat length $l'_H = l_H + 1.6 \cdot r = 0.020$ m $+ 1.6 \cdot 0.010$ m $= 0.036$ m

Exponent $\alpha = -0.53$ from (b)

$\beta = -0.51$ from (c)

$\gamma = 0.50$ (given)

$$b = \frac{2\pi f}{(V_L)^{\alpha}\,(l'_H)^{\beta}\,(A_H)^{\gamma}} = \frac{2\pi f}{(V_L)^{-0.53}\,(l'_H)^{-0.51}\,(A_H)^{1/2}} = 250 \text{ m/s}$$

According to the theory b is the speed of sound.

Many different measurements have shown, that the accuracy of *b* is not very good.

For the marking it is only important that the candidate solves the expression $f = \frac{b}{2\pi}(V_L)^{\alpha}\,(l'_H)^{\beta}\,(A_H)^{\gamma}$ for b and applies the correct values and units!

Remark: 1.(*) For the end correction ($l' = l + 1.6 \cdot r$) different values can be found in the literature for the factor (1.6 is used)

2. This experiment was prepared already by mid of March 2020 replaced by another online experiment due to corona).