SCIENCE.
OLYMPIAD.CH
WISSENSCHAFTS-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE LA SCIENCE
OLIMPIADI DELLA SCIENZA

PHYSICS.
OLYMPIAD.CH
PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Olympiades suisses de Physique 2022

Aarau, 19 mars 2022

Expérience 2
Résonateur de Helmholtz

Temps: 90 minutes
Total : 24 points

Aides autorisées Calculatrice sans mémoire de formule
Matériel pour écrire et dessiner

Contenu:

1. **Introduction**
2. **Matériel**
3. **Instructions**
4. **Problèmes**
5. **Annexe A** **Générateur de fonctions**
   Annexe B **Oscilloscope numérique**
   Annexe C **Microphone**

Remarks : This experiment was prepared already by mid of March 2020 an replaced by another online experiment due to corona.

OLYMPIADES DE PHYSIQUE est soutenu par

Staatssekretariat für Bildung, Forschung und Innovation
Dectris AG
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
EMPA - Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

1. Introduction

#

Tu connais probablement ce phénomène: quand tu souffles au-dessus d'une bouteille, tu peux entendre un son qui se produit. On pourrait penser que ce sont des ondes stationnaires qui sont formées dans la bouteille, un peu comme dans un tuyau d'orgue. Cependant, si on mesure la fréquence et qu'on la compare avec les ondes stationnaires dans la bouteille, on remarque que cette explication ne peut pas être juste. Hermann von Helmholtz a découvert il y a bien 160 ans la bonne explication pour ces oscillations.

#

Résonateurs de Helmholtz

#

Helmholtz explique les oscillations ainsi (cf. figure 1) : La colonne d'air dans le goulot G de la bouteille se comporte comme une masse (inerte), la masse d'air cylindrique se déplace comme un tout. L'élasticité du volume d'air dans la bouteille V_A agit au contraire comme un ressort. On a donc un système masse-ressort. On peut justifier cette distinction en masse et en « ressort » de la manière suivante : à cause de l'équation de continuité, lors d'une oscillation, l'air dans le goulot de la bouteille se déplace beaucoup plus vite que la masse d'air dans le corps (V_A) de la bouteille. Ainsi les accélérations sont aussi plus importantes, et l'inertie de la masse d'air dans le goulot l'emporte. Dans la bouteille, l'air se déplace plus lentement que dans le goulot, et agit comme un coussin d'air, et donc comme un ressort. On appelle de tels résonateurs des résonateurs de Helmholtz. Attention : dans un résonateur de Helmholtz, la fréquence n'est pas donnée par une onde stationnaire, comme dans un orgue.

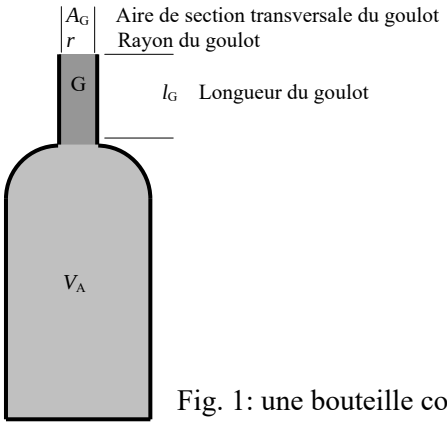


Fig. 1: une bouteille comme résonateur

On peut montrer que la fréquence dépend des paramètres de la façon suivante :

$$f = \frac{b}{2\pi}(V_A)^{\alpha}\,(l'_G)^{\beta}\,(A_G)^{\gamma} \qquad (1)$$

La longueur l'G est appelée longueur effective du goulot

$$l'_G = l_G + 1.6 \cdot r. \qquad (2)$$

Ceci traduit le fait que les mouvements de la colonne d'air oscillant dans le goulot cylindrique ne s'arrête pas net aux extrémités, mais ont une zone de transition dans l'espace ouvert. Celle-ci doit être ajoutée à la masse inerte de l'air.

2. Matériel

1 bouteille (PET)
3 transparents rigides pour projecteur
une paire de ciseaux
Règle graduée
du ruban adhésif
un pied à coulisse
de l'eau dans des bouteilles PET
un entonnoir, du papier ménage
une balance
statif
du papier mathematiques
un générateur de fonctions, un câble BNC
un oscillateur numérique
un microphone (avec alimentation USB)

3. Instructions (à lire attentivement avant le début de l'expérience)

#

La réponse doit contenir:

- ses descriptions claires et concises de la manière de prendre les mesures et ce à quoi vous avez fait attention
- une représentation claire des résultats de mesure
- une justification de la méthode d'analyse des résultats
- une analyse documentée

#

La mesure des fréquences de résonance est effectuée par stimulation à l'aide d'un signal sinusoïdal du haut-parleur placé près de l'ouverture de la bouteille. Le haut-parleur est activé par un générateur sonore. L'amplitude du son est enregistrée grâce à un petit microphone placé dans le corps de la bouteille V_a et représenté avec l'oscilloscope.

L'amplitude du son est enregistrée grâce à un petit microphone placé dans le corps de la bouteille V_a et représentée avec l'oscilloscope (en unités arbitraires), la fréquence est à régler pour obtenir une amplitude maximale. L'unité n'a pas d'importance, la fréquence est à régler pour obtenir une amplitude maximale. Fais attention à ne jamais tremper le microphone dans l'eau. Tu trouveras plus de détails et des informations importantes sur le générateur sonore dans l'annexe A, sur l'oscilloscope dans l'annexe B, et sur le microphone dans l'annexe C.

Constantes physiques

#

Vitesse du son : c = 340 m/s
Masse volumique de l'eau : ρ = 1000 kg/m^3

4. Problèmes

#
#
#

(a) Mesures avec une bouteille vide

(a1) Crée un son dans la bouteille vide en soufflant dessus et mesure la fréquence f_1. Garde pour cela le microphone en dehors de la bouteille.

#

(a2) Calcule la fréquence f_2 en supposant qu'une onde statique se forme dans la bouteille.

#
#

(b) Détermination de l'exposant α.

Étudie les fréquences de résonance f pour différents volumes V_A (par exemple 5 à 7 mesures) avec une longueur de goulot l_G constante. N'utilise pas de volumes plus petits que 0.20 litre.

Avec tes mesures, détermine l'exposant α en utilisant une méthode adaptée.

#
#

(c) Détermination de l'exposant β

Étudie la fréquence de résonance f pour différentes longueurs de goulot l_G. Prends par exemple entre 4 et 7 mesures. Effectue ces mesures avec un volume d'air d'environ 0.7 litre.
Avec tes mesures, détermine l'exposant β en utilisant une méthode adaptée.

#

Indication:
La longueur du goulot peut être rallongée grâce aux transparents comme suit : On roule un morceau de transparent et on le glisse dans le goulot. Tu peux, au besoin, couper le transparent avec les ciseaux et le recoller avec les bandes adhésives. Le tube ainsi formé devrait avoir une forme cylindrique, et non conique. Enroule le transparent toujours le même nombre de fois, pour ne pas changer le diamètre du goulot. Pense aussi à enfoncer assez le transparent afin qu'il recouvre tout l'intérieur du goulot, mais pas trop, afin de pouvoir ressortir le transparent.

#
#

(d) Détermination de la constante *b*

Vu qu'il n'est pas simple de mesurer le troisième exposant γ dans la formule (1), il est donné par :

#

$$f \text{ est proportionnel à } A_G^{1/2} \quad (\gamma \text{ vaut } ½). \qquad (3)$$

#

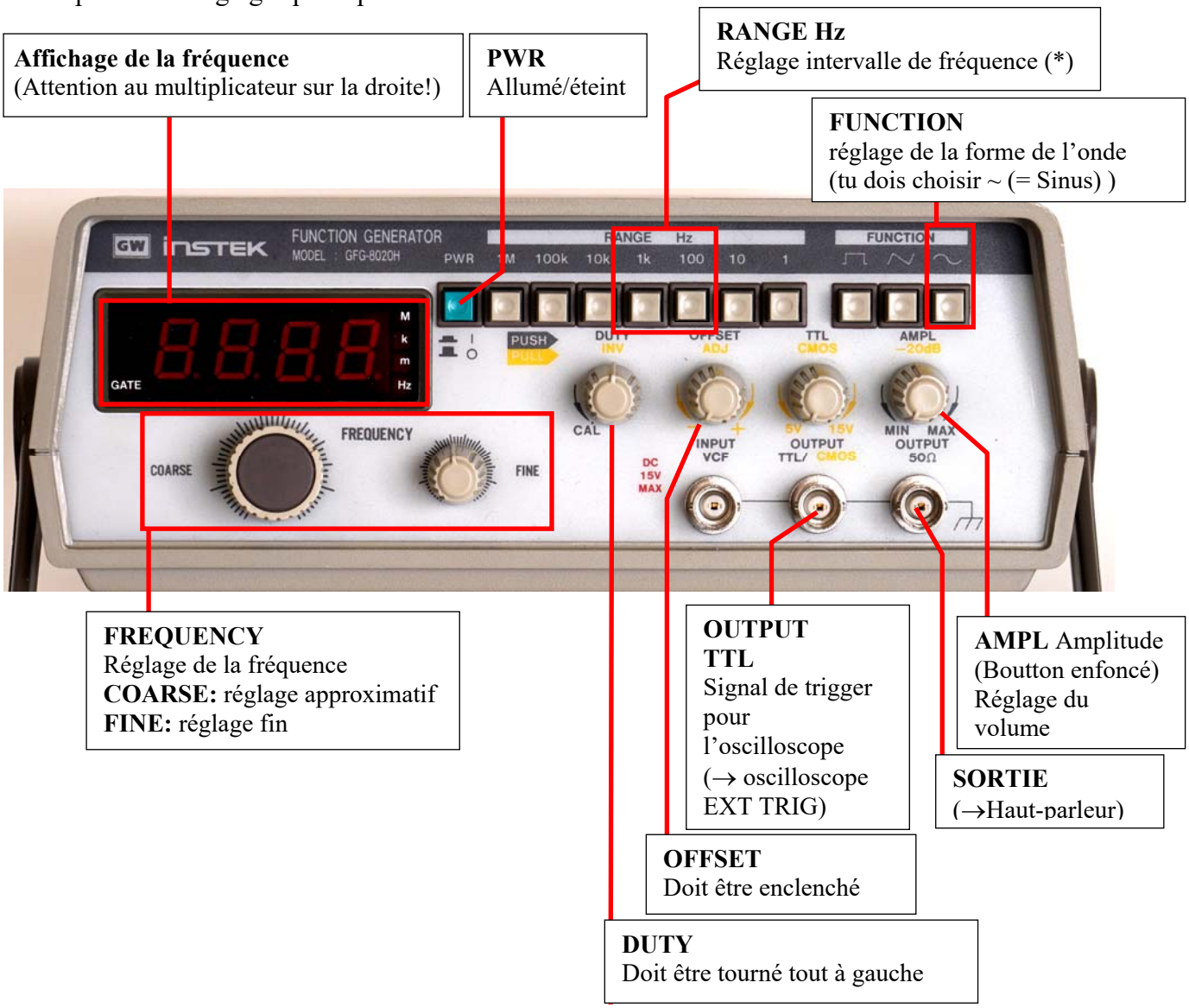
Détermine la constante b de la formule (1) en utilisant les valeurs de (b) et (c).
Utilise dans le calcul avec la formule (1) le plus grand volume et la fréquence f_1 du problème (a1) et la proportionnalité de (3), après avoir mesuré le goulot de la bouteille.

Générateur de fonctions

Fonctions:

1. Génération d'un signal sinusoïdal avec une fréquence et amplitude réglables
2. Alimentation du haut-parleur avec le signal

Descriptions des réglages principaux:



(*) Réglage intervalle de fréquence: (le bouton FINE réglé en position du milieu)

Position „100“: environ16 Hz … 230 Hz
Position „1k“ environ 160 Hz … 2.3 kHz

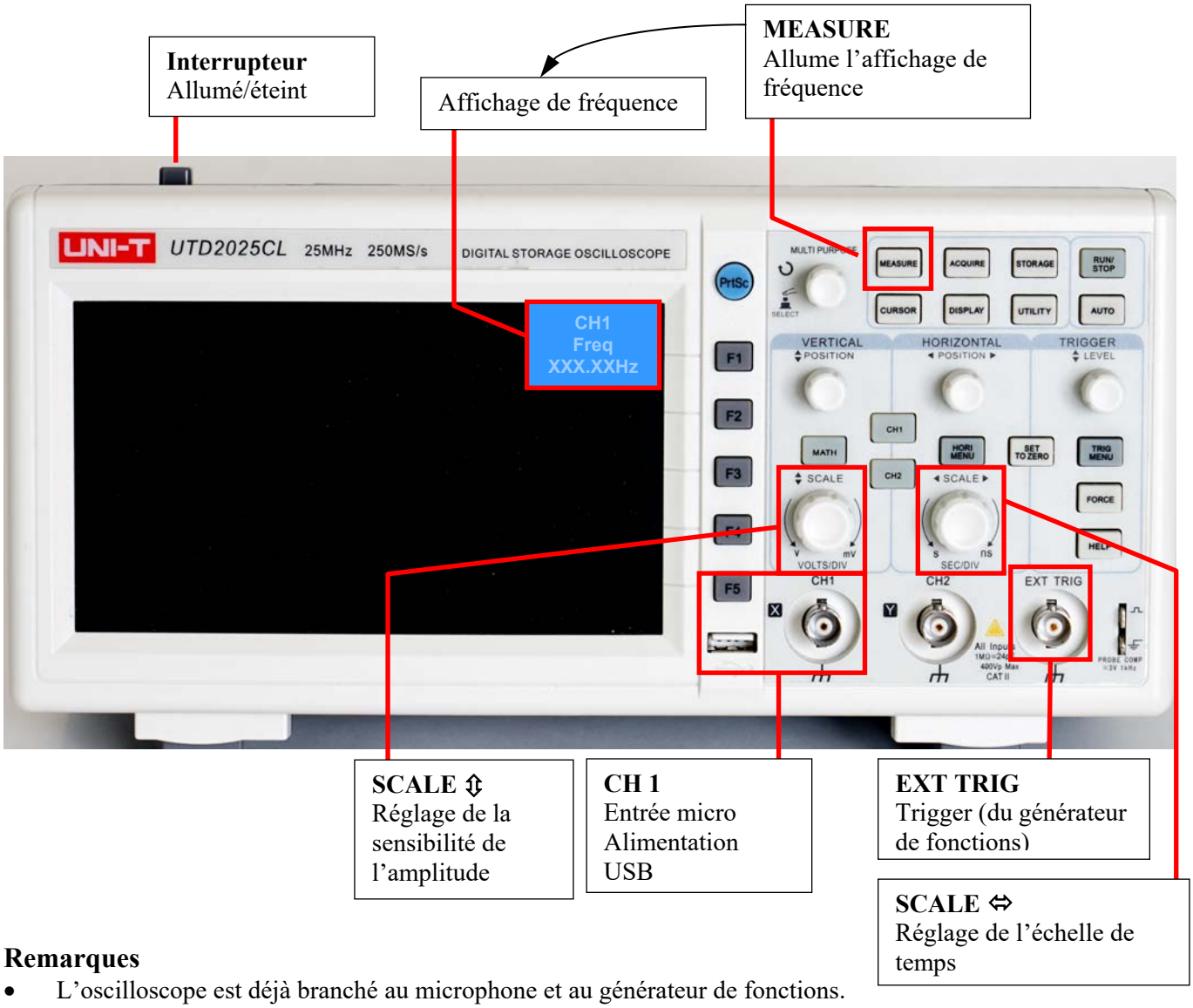
Généralement l'affichage de la fréquence fluctue pour le dernier chiffre. Tu peu x te contenter de 3 chiffres significatifs.

Utilise toujours l'intervalle de fréquence (RANGE) le plus bas possible, afin d'avoir une meilleure précision lors du réglage.

Oscilloscope digital

Fonctions:

1. Représentation du signal du microphone (détermination de l'amplitude maximale lors de résonance)
2. Mesure de la fréquence du signal du microphone (Problème (a1))

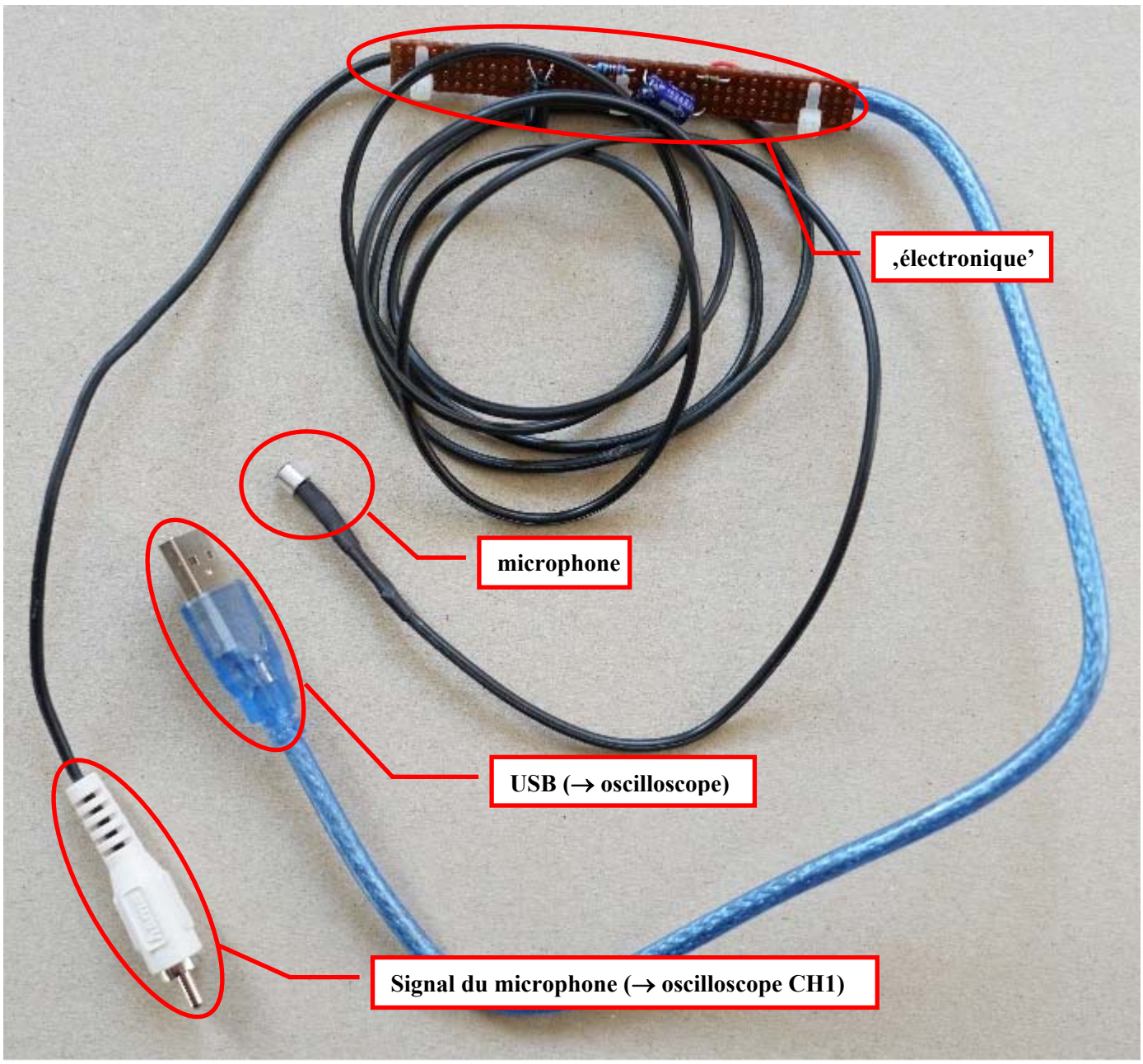


Remarques

- L'oscilloscope est déjà branché au microphone et au générateur de fonctions.
- Il est possible de remarquer des interférences sur le signal du microphone, en particulier lors de signaux de faible amplitude, mais cela ne nuit pas à la détermination des fréquences de résonance.
- Pour la mesure de la fréquence (Problème (a1)), il est indispensable que la représentation du signal ne soit ni trop petite, ni trop grande (et déborde). Tu peux régler cela avec **SCALE ⇕.** Sur l'écran, tu ne devrais pas voir trop d'oscillations. Ceci est réglable avec **SCALE ⇔.**
- Le bouton MEASURE allume l'affichage de fréquence sur l'écran. Elle peux différer légèrement de la fréquence du générateur de fonctions (l'erreur relative est $< 10^{-3}$ ou 10^{-4}).
- L'oscilloscope est triggé de manière externe, afin d'avoir une image stable sur l'écran. Le signal de commutation (trigger) vient du générateur de fonctions.
- On peut, grâce au trigger, voir un très net décalage de phase du signal du microphone autour de la fréquence de résonance.

Annexe C Microphone avec connexion USB

La photo montre le microphone et les câbles de connexion
Le microphone sera déjà connecté correctement à votre place de travail

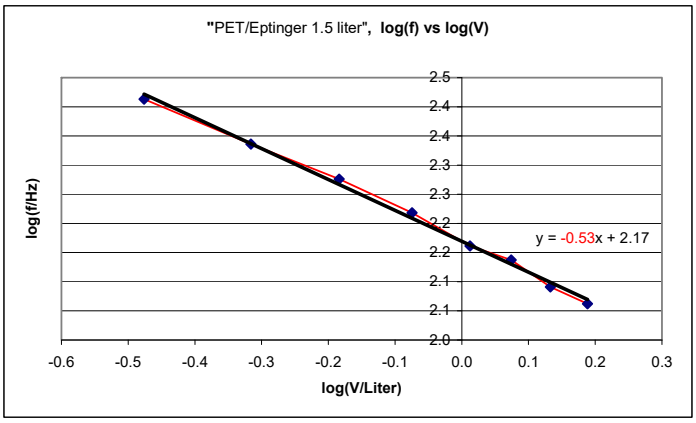


EXPERIMENT 2 Solution/Marking Scheme

task	subtasks	POINTS
(a)	**Measurements of the empty bottle (note: in the sample solution a 1.5 litre PET bottle was used)**	**(3)**
	Measurement of the frequency of the empty bottle with the blowing method • Microphone outside the bottle (given in the task) • Frequency f_1 = 117 Hz (within range (117 -5) Hz to (117 + 5) Hz) (value for a 1.5 litre PET bottle) (frequency depends on the avtual bottle used) Value should be given as **XXX Hz** (and not as XXX.X Hz oder XXX.XX Hz): reasonable accuracy **[-1/2 if not]**	1
(a2)	**Calculation of the standing frequency f_2 in the bottle** • Standing wave in the bottle, one end closed, one end open: $\lambda/4 = h$ (height of the bottle), $\rightarrow \boldsymbol{\lambda = 4\cdot h}$ • $\boldsymbol{f_2 = c/\lambda = c/(4\cdot h)}$ **[0 pts if h is not equal to $\lambda/4$]**	1
	• numerical values **f_2 from 340/(4·0.34) = 250 Hz** to **f_2 = 340/(4·0.31) = 274 Hz** acceptable values of height h: without bottleneck: 310 mm, with bottleneck 340 mm **[–1 pts if numerical value wrong, –1/2 if units are wrong]**	1
(b)	**Determination of exponent α (for sample data and graph see next page (b'))**	**(8)**
	Measurements • **determination of bottle air volume (guessed values like 1.5 l are not accepted! The bottle has no volume marking)** most precise method: measure the weiht of the bottle, fill the bottle up to the neck with water, weight the water (or tara with bottle) **[method measured *height × cross section* is not accepted: 0 pts]** measured values: empty bottle: 32 - 33 g, with water: 1590 g ± 5 g, water only: **1557 g ± 7 g, Volume 1.557 l** (the students are free in the choice of the units, however, a clear statement of the units is mandatory)	1
	• **description of experimental set up/method** determination of air volume by weighting method (correct calculations, reproducible) loudspeaker approx. 1 cm to some cm above the opening of the bottle, attached with adhesive tape to the stand (sketch) microphone inserted in the bottle, in the air volume	1
	• **data** (for sample values see reverse side) 5+ measured values, clearly arranged in a table **[if less than 5 measured points: 1 pt., less than 3: 0 pts.]** points approx. equally distributed over volume range ~1.557 l to 0.15 l frequency should increase for decreasing volume **[plausibility check for measured frequencies: see next page]**	2
	Data evaluation (for sample graph see reverse side) • The only possible method for the determination of α is a log-log plot (α = slope) • Plot of the data: abscissa: log(V), ordinate: log(f) if student uses reversed axes: check for correct sign of slope plot either by using the log/log paper or by calculation of log(V) and log(f) and a lin/lin plot (aequivalent) **[method]** The used units are irrelevant (e.g. m^3, cm^3, mm^3, l) correct plot required with labelled axes, best straight line determination of the slope (used triangle should be indicated) **[axes not labelled: –1/2 pt]** • Correct result (**slope approx –0.5**, – sign important) **[wrong sign: –1/2 pt]**	1 2 1
(c)	**Determination of exponent β (for sample data and graph see next page (c'))**	**(9)**
	Experimental method (description) • roll the given foil to a tube, insert the tube correctly (inner end of the tube at the inner end of the bottle throat) use adhesive tape to stabilise the arrangement: sketch with setup and measured length of throat • for resonance frequency determination use the analogue method as in (a) (speaker/microphone arrangement) • bottle should be filled with approx 0.8 l of water (for an air volume of ~0.7 l), exact value is not important (the water serves to shift the resonance frequencies to higher values: better efficiency of loudspeaker an microphone)	1
	measurements (for sample values see reverse side, due to inaccurate water volume and throat diameter comparison is difficult) • use as much of the full possible range 30 cm **[0 pts if length smaller than 20 cm]** • ~equally spaced length like 5cm / 10 cm / 15 cm / 20 cm / 25 cm / 30 cm resulting in 6 measured values (not less than 5) **[1/2 pt if 5 lengths, 0 pts if less than 4 lengths]** • frequency should decrease for increasing throat length (check for grade) • measured values clearly arranged in a table (with units) **[–1/2 pts for missing units]**	1 1 1
	• **Data evaluation** (for sample graph see reverse side) • The only possible method for the determination of β is a log-log plot (β = slope) • End correction (extension of the table): the length should be corrected $l' = l + \mathbf{1.6}\cdot r$ (*) throat radius r = **1.0.4 cm** (for 3 turns of the foil) **[1/2 pt if end correction wrong]** • Plot of the data: abscissa: log(***effective*** *throat length*), ordinate: log(f) if student uses reversed axes: check for correct sign of slope plot either by using the log/log paper or by calculation of log(*effective throat length*) and log(f) and a lin/lin plot **[method]** the used units are irrelevant (m, cm, mm) correct plot with labelled axes, best straight line determination of the slope (used triangle should be indicated) **[axes not labelled: –1/2 pt]** • Correct result (slope approx –0.5, – sign important) **[wrong sign: –1/2 pt]**	1 1 2 1
(d)	**Determination of constant b (for sample data see next page (d'))**	**(4)**
	Solve $f = \frac{b}{2\pi}(V_L)^{\alpha}(l'_H)^{\beta}(A_H)^{\gamma}$ for b: $b = \frac{2\pi f}{(V_L)^{\alpha}(l'_H)^{\beta}(A_H)^{\gamma}}$	1
	• use the values V_L full air volume, **from (b),** corresponds to measurement of f_1 in (a) α **from (b)** l' throat length of bare bottle + end correction (**1.6**·r)!, **data from (b)** β **from (c)** $A_H = \pi r^2$ throat cross section (bare bottle without cable, corresponds to (a)), **r = 10.8 mm** γ given in the task (= ½) f_1 **from (a),** for full air volume, no cable, **[1 pt if one input data is wrong, 0 pts if two or more input data wrong]**	2
	• correct numerical evaluation of the given data (from theory b is the speed of sound!)	1

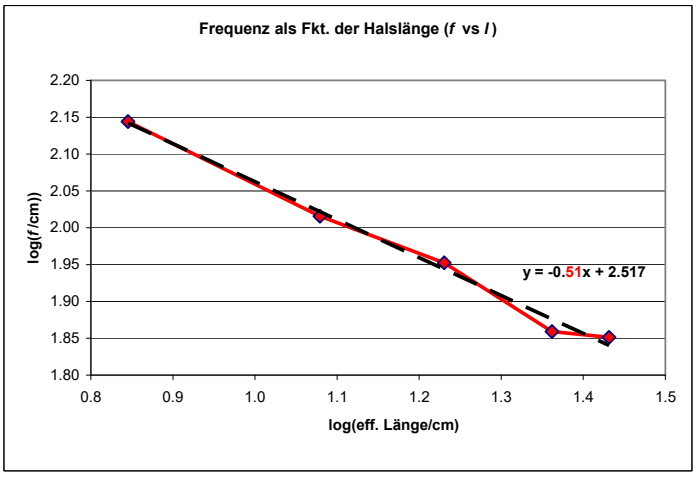
(b) Determination of exponent α: sample data and graphs

bottle volume	1.543 Liter					
V_incr	Füllemenge	Vol	f/Hz	log(V(Liter)	log(f/Hz)	f_ratio
	0	**1.543**	**115.4**	0.188	2.062	1
0.185	0.185	**1.358**	**123.3**	0.133	2.091	1.07
0.172	0.357	**1.186**	**137.2**	0.074	2.137	1.19
0.157	0.514	**1.029**	**144.9**	0.012	2.161	1.26
0.187	0.701	**0.842**	**165.3**	-0.075	2.218	1.43
0.187	0.888	**0.655**	**188.8**	-0.184	2.276	1.64
0.172	1.06	**0.483**	**216.7**	-0.316	2.336	1.88
0.149	1.209	**0.334**	**259**	-0.476	2.413	2.24



(c) Sample values and data evaluation

Korrekturfaktor		2		
Radius Hals		1	cm	
Halslänge	Halsl eff	f	log(l')	log(f)
(cm)	(cm)	(Hz)	-	-
5	**7.0**	**139.4**	0.85	2.14
10	12.0	103.7	1.08	2.02
15	17.0	89.6	1.23	1.95
21	23.0	72.3	1.36	1.86
25	**27.0**	**71**	1.43	1.85



(d) Evaluation of constant *b*

Use the following data

Radius of throat $r = 1.08$ cm $= 0.0108$ m

Cross section of bottle throat $A_H = \pi r^2 = \pi\,(0.010)^2 = 0.000314$ m^2

Air volume (empty bottle) $V_H = 0.00150$ m^3

Frequency $f = 117$ Hz

Effective throat length $l'_H = l_H + 1.6 \cdot r = 0.020$ m $+ 1.6 \cdot 0.010$ m $= 0.036$ m

Exponent $\alpha = -0.53$ from (b)

$\beta = -0.51$ from (c)

$\gamma = 0.50$ (given)

$$b = \frac{2\pi f}{(V_L)^{\alpha}\,(l'_H)^{\beta}\,(A_H)^{\gamma}} = \frac{2\pi f}{(V_L)^{-0.53}\,(l'_H)^{-0.51}\,(A_H)^{1/2}} = 250 \text{ m/s}$$

According to the theory b is the speed of sound.

Many different measurements have shown, that the accuracy of *b* is not very good.

For the marking it is only important that the candidate solves the expression $f = \frac{b}{2\pi}(V_L)^{\alpha}\,(l'_H)^{\beta}\,(A_H)^{\gamma}$ for b and applies the correct values and units!

Remark: 1.(*) For the end correction ($l' = l + 1.6 \cdot r$) different values can be found in the literature for the factor (1.6 is used)

2. This experiment was prepared already by mid of March 2020 replaced by another online experiment due to corona).