

**PHYSICS.  
OLYMPIAD.CH**

PHYSIK-OLYMPIADE  
OLYMPIADES DE PHYSIQUE  
OLIMPIADI DELLA FISICA

# Olimpiadi di Fisica

## Secondo turno

15 gennaio 2025

**Parte 1 : 21 domande a scelta multipla**

Durata : 60 minuti

Totale : 21 punti ( $21 \times 1$ )

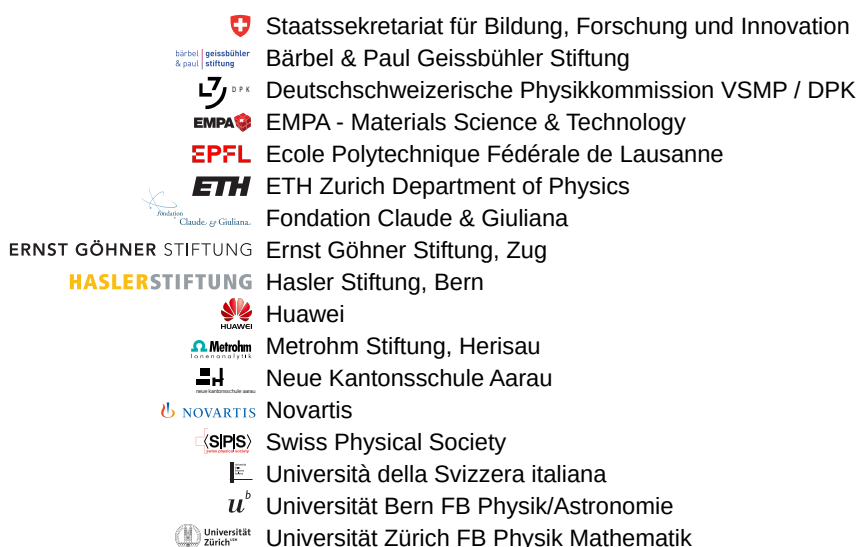
---

Materiale autorizzato : Calcolatrice semplice

Materiale per scrivere e disegnare

## Buona fortuna!

Supported by :



## Costanti fondamentali

Frequenza iperfina del cesio	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^9$	$\text{s}^{-1}$
Velocità della luce nel vuoto	$c$	2.997 924 58	$\times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Costante di Planck	$h$	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Carica elementare	$e$	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Costante di Boltzmann	$k_{\text{B}}$	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Costante di Avogadro	$N_{\text{A}}$	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$
Efficienza luminosa di una radiazione	$K_{\text{cd}}$	6.83	$\times 10^2$	$\text{cd} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{sr}$
Costante magnetica	$\mu_0$	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\text{A}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Costante elettrica	$\epsilon_0$	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4$
Costante dei gas	$R$	8.314 462 618...		$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma$	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\text{K}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
Costante gravitazionale	$G$	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Massa dell'elettrone	$m_e$	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	$\text{kg}$
Massa del protone	$m_{\text{n}}$	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	$\text{kg}$
Massa del neutrone	$m_{\text{p}}$	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	$\text{kg}$
Accelerazione di gravità standard	$g_{\text{n}}$	9.806 65		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

## Multiple Choice

Durata: 60 minuti

Punteggio: 21 punti (1 punto per ogni risposta corretta)

- Le domande a risposta multipla (**MC**) hanno diverse possibilità di risposta, di cui **esattamente una** è corretta. Se crocettate l'affermazione giusta (e solo quella) sul foglio risposte, otterrete un punto, altrimenti zero.

### Domanda 1.1 (MC)

Come sapete, le Olimpiadi della Fisica rimborsano ai partecipanti il costo dei biglietti ferroviari. Siete alla ricerca di un partner che copra questi costi per il secondo turno. Quanto può aspettarsi di pagare il vostro partner?

- |               |               |                |
|---------------|---------------|----------------|
| A) CHF 9.-    | B) CHF 30.-   | C) CHF 900.-   |
| D) CHF 3000.- | E) CHF 9000.- | F) CHF 30000.- |

### Domanda 1.2 (MC)

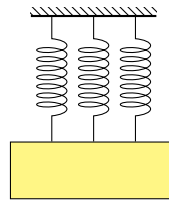
Il signor Fogg e Passepartout hanno accettato la sfida di circumnavigare il globo. Scelsero di seguire l'equatore. Il signor Fix, che li inseguiva, si trovava sempre nel punto della Terra diametralmente opposto ai due compagni. Quante volte Fix e Fogg si troveranno alla stessa altitudine nello stesso momento?

- A) Mai.
- B) Forse solo una volta.
- C) Almeno due volte.
- D) Dipende dalla posizione della Terra rispetto al Sole.

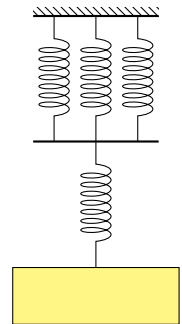
### Domanda 1.3 (MC)

Quale delle seguenti configurazioni ha la più bassa costante elastica equivalente  $k_{eq}$ ? Tutte le singole molle hanno la stessa costante elastica  $k$  e la stessa lunghezza.

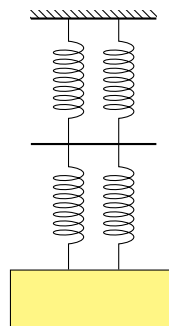
A)



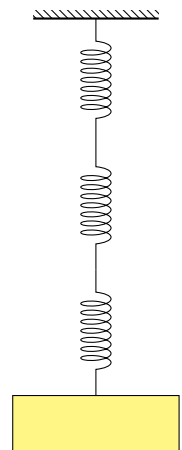
B)



C)



D)



**Domanda 1.4 (MC)**

Globi ha deciso di volare sulla luna. Vorrebbe andare a trovare gli extraterrestri che si suppone vivano sulla luna. Poiché naturalmente non vuole arrivare senza nulla, ha deciso di portare con sé una forma di formaggio svizzero. Poiché vuole dividerlo equamente, porta con sé anche una bilancia a molla. Le bilance sono calibrate sulla Terra e la costante gravitazionale sulla Luna è circa sei volte più piccola che sulla Terra. Cosa scopre quando pesa la forma di formaggio sulla Luna?

- A) Niente. La bilancia segna lo stesso peso che sulla terra.
- B) La bilancia indica circa sei volte il peso misurato sulla terra.
- C) La bilancia mostra circa un sesto del peso misurato sulla terra.
- D) Non si può prevedere.

**Domanda 1.5 (MC)**

Siete in spedizione su un sottomarino sulla luna di Saturno Titano, che ha laghi di etano e metano liquidi. Hanno una densità di circa  $500 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  e Titano ha un'accelerazione gravitazionale di  $1.35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Si sa che Titano ha una pressione superficiale di 1.5 bar ( $1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$ ). Il barometro del vostro sottomarino mostra una pressione di 3 bar. A che profondità siete nel lago?

- A) 0.22 m
- B) 0.66 m
- C) 220 m
- D) 660 m
- E) 22 000 m
- F) 66 000 m

**Domanda 1.6 (MC)**

Una noce di cocco con velocità costante esplosa e si divide in 3 pezzi che volano via in direzioni diverse. Quale delle seguenti affermazioni è corretta per i rispettivi vettori quantità di moto nel quadro di riferimento della noce di cocco?

- A) Sono perpendicolari tra loro.
- B) La somma delle loro lunghezze è uguale alla quantità di moto iniziale della noce di cocco.
- C) I vettori hanno la stessa lunghezza.
- D) I vettori giacciono tutti su un piano.

**Domanda 1.7 (MC)**

Una moto si trova in un salto a mezz'aria e la sua ruota anteriore sta girando in senso orario dal punto di vista di Alice, che osserva da un lato. Inizialmente la moto non sta ruotando e l'asse della ruota anteriore è allineato con quello della ruota posteriore. Quale delle seguenti affermazioni descrive ciò che accade e perché accade quando il conducente preme il freno sulla ruota anteriore (e la ruota smette completamente di ruotare rispetto alla moto)?

- A) La velocità angolare della moto rimane 0, poiché non viene applicato nessun momento meccanico.
- B) La moto inizia a girare in senso orario per effetto della conservazione del momento angolare.
- C) La moto inizia a girare in senso antiorario per effetto della conservazione del momento angolare.
- D) La moto inizia a girare in senso orario per effetto della conservazione dell'energia.
- E) La moto inizia a girare in senso antiorario per effetto della conservazione dell'energia.
- F) La moto cambia la sua velocità di traslazione orizzontale a causa della conservazione dell'energia.

**Domanda 1.8 (MC)**

Come abbiamo imparato nel primo round, una persona di altezza  $h$  ha solo bisogno di uno specchio di altezza  $h/2$  per vedersi completamente. Come deve essere appeso lo specchio affinché possa effettivamente vedersi?

- A) In modo che il bordo superiore dello specchio si trovi esattamente all'altezza della punta della testa.
- B) In modo che il bordo superiore dello specchio si trovi all'incirca all'altezza della fronte della persona.
- C) In modo tale che il centro dello specchio si trovi esattamente all'altezza  $h/2$ .
- D) Ciò dipende dalla distanza della persona dallo specchio.

**Domanda 1.9 (MC)**

Una sottile lente convessa è mostrata in Fig. imageraffig:lense. La distanza dell'oggetto dalla lente e della sua immagine dalla lente è contrassegnata rispettivamente da  $g$  e  $b$ . La lunghezza focale è indicata con  $f$ . A quale distanza dalla lente deve essere posto un oggetto affinché l'immagine abbia esattamente le stesse dimensioni dall'altra parte della lente?

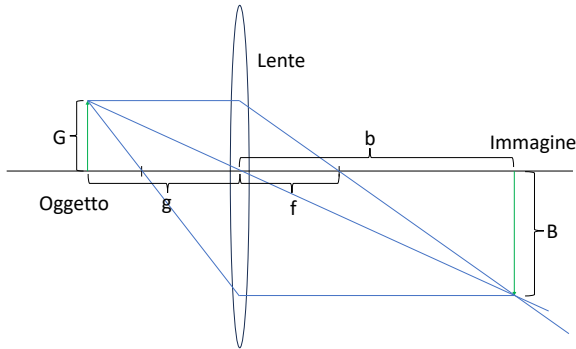


Figura 1: Disposizione dell'obiettivo e dell'oggetto a una distanza  $g$  in modo che l'immagine sul lato opposto possa essere vista a una distanza  $b$ .

- A)  $2f$
- B)  $f$
- C) Non è possibile.
- D)  $\frac{f}{2}$

**Domanda 1.10 (MC)**

Data una fenditura unidimensionale di larghezza  $l = 3\text{ mm}$ , qual è la minima separazione angolare in arcsecondi tra due luci di lunghezza d'onda  $\lambda = 500\text{ nm}$ , in modo che possano essere risolte attraverso la fenditura?

- A)  $35''$
- B)  $40''$
- C)  $45''$
- D)  $50''$

**Domanda 1.11 (MC)**

È fisicamente possibile un motore termico che opera tra due serbatoi termici a temperature  $T_1 = 0^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 100^\circ\text{C}$  con un'efficienza di 30%?

- A) Sì, indipendentemente dal processo.
- B) Sì, se il processo del motore è reversibile.
- C) Sì, a seconda del processo esatto del motore.
- D) No.

**Domanda 1.12 (MC)**

Alice usa un cubetto di ghiaccio per raffreddare il suo bicchiere d'acqua. Subito dopo aver aggiunto il cubetto di ghiaccio, l'altezza dell'acqua nel bicchiere è  $h_1$ . Dopo un po', il cubetto di ghiaccio si è completamente sciolto. Cosa si può dire dell'altezza dell'acqua  $h_2$  a questo punto?

- A)  $h_1 > h_2$
- B)  $h_1 = h_2$
- C)  $h_1 < h_2$
- D) Non vengono fornite informazioni sufficienti.

**Domanda 1.13 (MC)**

Gli pneumatici svolgono un ruolo essenziale in Formula 1. La pressione degli pneumatici deve quindi essere ottimale. Vogliamo gonfiare uno pneumatico in modo da poter guidare a una pressione di 21 psi, dove 1 psi corrisponde approssimativamente a 0.07 bar. Guidando, si raggiunge una temperatura del pneumatico di  $90^\circ\text{C}$  e la pressione del pneumatico di 21 psi è prevista per questa temperatura. A quale pressione dobbiamo gonfiare lo pneumatico nella corsia dei box a una temperatura di  $35^\circ\text{C}$ ? Supponiamo che il volume sia costante.

- A) 8.2 psi
- B) 7.0 psi
- C) 4.4 bar
- D) 1.2 bar
- E) 25 psi
- F) 18 bar

**Domanda 1.14 (MC)**

Una candela accesa si trova in una bacinella riempita d'acqua fino a metà dell'altezza della candela. Albertina mette un bicchiere sopra la candela in modo che il bicchiere sia immerso nell'acqua. La candela si spegne. Cosa succede al livello dell'acqua all'interno del bicchiere?

- A) Il livello dell'acqua si abbassa.
- B) Il livello dell'acqua non cambia.
- C) Il livello dell'acqua si alza o si abbassa a seconda dell'altitudine sopra il livello del mare.
- D) Il livello dell'acqua sale.

**Domanda 1.15 (MC)**

Osservate il circuito in Fig. 1. Attraverso quali resistenze passa la corrente più piccola (il valore più basso di ampere) se tutte hanno la stessa resistenza  $R$ ?

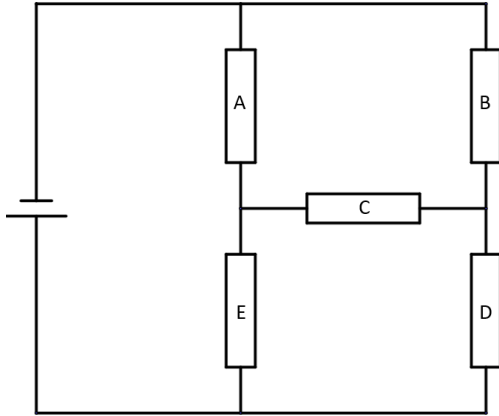


Figura 1: Circuito con 5 resistenze A, B, C, D ed E, tutte con lo stesso valore  $R$ .

- A) A ed E.
- B) B e D.
- C) Solo C.
- D) Tutti sono attraversati dalla stessa corrente.

**Domanda 1.16 (MC)**

In quale situazione è maggiore il rischio di essere colpiti e feriti da un fulmine?

- A) Salire le scale della Torre Eiffel.
- B) Nascondersi nella foresta.
- C) Guidare un'auto.
- D) Volare sotto le nuvole in aereo.

**Domanda 1.17 (MC)**

La velocità di fuga della Terra per una particella di massa  $m = 1 \text{ kg}$  e carica  $q = 1 \text{ C}$  è circa  $11.18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Quale sarebbe se la Terra avesse una carica totale di  $Q = -44.3 \text{ kC}$ ? La massa della Terra è  $M = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$ , il suo raggio è  $R = 6371 \text{ km}$ , la costante di Coulomb è  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{C}^{-2}$  e la costante gravitazionale è  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .

- A)  $15.8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- B)  $25.4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- C)  $38.2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
- D)  $55.1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

**Domanda 1.18 (MC)**

Consideriamo due sfere, ciascuna con la stessa carica totale  $q$ . Una sfera è uniformemente carica in tutto il suo volume, mentre l'altra è una sfera conduttrice con la carica distribuita solo sulla sua superficie. Le sfere possono avere raggi diversi. Determinare quale sfera produce un campo elettrico più forte a una distanza  $d$  dal centro della sfera, dove  $d > R$  (il raggio della sfera).

- A) La sfera conduttrice produrrà un campo elettrico più forte.
- B) La sfera con carica uniforme produrrà un campo elettrico più forte.
- C) La sfera con il raggio maggiore produrrà un campo elettrico più forte.
- D) La sfera con il raggio più piccolo produrrà un campo elettrico più forte.
- E) Il campo elettrico sarà lo stesso per entrambe le sfere.

**Domanda 1.19 (MC)**

La chef Clara vuole riscaldare il cibo il più rapidamente possibile. Decide di utilizzare il suo piano cottura a induzione, che genera un campo magnetico mutevole per indurre correnti nelle pentole di metallo. Cosa le consigliereste?

- A) Posizionare la pentola leggermente decentrata sul piano di cottura a induzione.
- B) Utilizzare una pentola in materiale non conduttivo come il vetro.
- C) Utilizzare una pentola in materiale altamente conduttivo, come il rame.
- D) L'utilizzo di una pentola più piccola che copre meno il campo magnetico del piano di cottura.

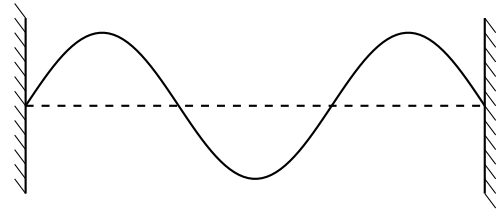
**Domanda 1.20 (MC)**

È noto che è possibile rompere un bicchiere di vino con il giusto suono. Cosa succede al suono necessario per rompere il bicchiere se lo riempiamo parzialmente d'acqua?

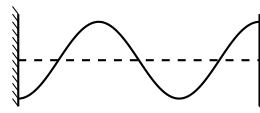
- A) La frequenza aumenta.
- B) La frequenza diminuisce.
- C) Cambia solo l'intensità necessaria.
- D) Non cambia nulla.

**Domanda 1.21 (MC)**

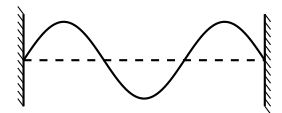
L'immagine mostra un'onda stazionaria su una corda tra due pareti al tempo  $t = 0$  s. La corda vibra a una frequenza di 100 Hz. Quale delle seguenti immagini mostra lo stato della corda al tempo  $t = 10$  ms?



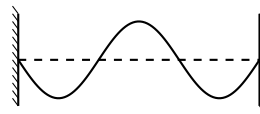
A)



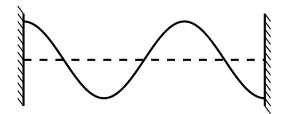
B)



C)



D)



## Multiple Choice: foglio risposte

Riportate le vostre risposte nelle caselle previste su questa pagina.

<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Totale:</b>
-----------------	--------------	----------------

	A	B	C	D	E	F
Domanda 1.1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Domanda 1.19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		



## Multiple Choice: soluzioni

	A	B	C	D	E	F
Domanda 1.1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
Domanda 1.4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
Domanda 1.7	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.8	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
Domanda 1.12	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Domanda 1.14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		
Domanda 1.15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.16	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Domanda 1.19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.20	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Domanda 1.21	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		



**PHYSICS.  
OLYMPIAD.CH**

PHYSIK-OLYMPIADE  
OLYMPIADES DE PHYSIQUE  
OLIMPIADI DELLA FISICA

# Olimpiadi di Fisica

## Secondo turno

15 gennaio 2025

**Parte 2 : 3 problemi lunghi**

Durata : 120 minuti

Totale : 48 punti ( $3 \times 16$ )

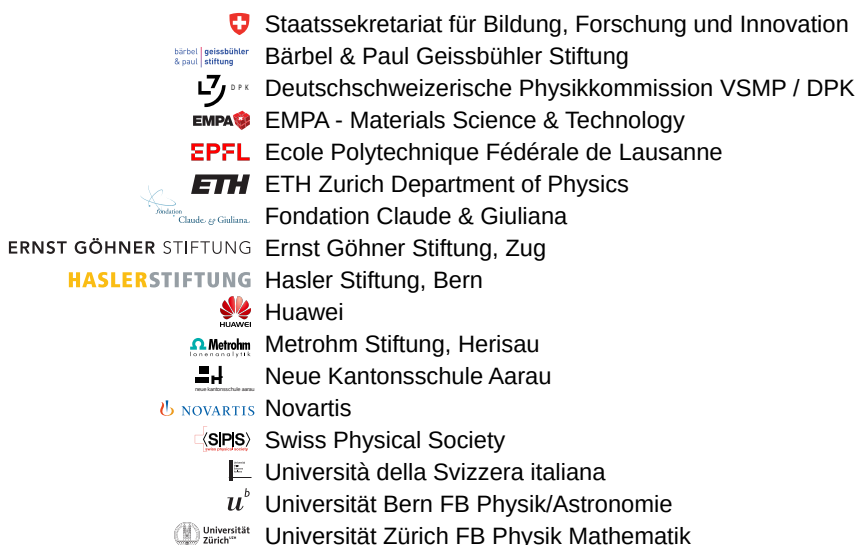
---

Materiale autorizzato : Calcolatrice semplice

Materiale per scrivere e disegnare

## Buona fortuna!

Supported by :



## Costanti fondamentali

Frequenza iperfina del cesio	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^9$	$\text{s}^{-1}$
Velocità della luce nel vuoto	$c$	2.997 924 58	$\times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Costante di Planck	$h$	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Carica elementare	$e$	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Costante di Boltzmann	$k_{\text{B}}$	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Costante di Avogadro	$N_{\text{A}}$	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	$\text{mol}^{-1}$
Efficienza luminosa di una radiazione	$K_{\text{cd}}$	6.83	$\times 10^2$	$\text{cd} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{sr}$
Costante magnetica	$\mu_0$	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\text{A}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Costante elettrica	$\epsilon_0$	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4$
Costante dei gas	$R$	8.314 462 618...		$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma$	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\text{K}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
Costante gravitazionale	$G$	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Massa dell'elettrone	$m_e$	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	$\text{kg}$
Massa del protone	$m_{\text{n}}$	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	$\text{kg}$
Massa del neutrone	$m_{\text{p}}$	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	$\text{kg}$
Accelerazione di gravità standard	$g_{\text{n}}$	9.806 65		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

## Problemi lunghi

Durata: 120 minuti

Punteggio: 48 punti ( $3 \times 16$ )

Cominciate ogni problema su un nuovo foglio, al fine di facilitarne la correzione.

*Indicazione generale: i problemi sono composti da parti parzialmente indipendenti. In caso di blocco, si consiglia di continuare a leggere e di fare le parti più facili.*

### Problema lungo 2.1: Ascensore per barche Strépy-Thieu (16 punti)

L'ascensore per barche di Strépy-Thieu è un'infrastruttura navale progettata per collegare due canali in Belgio. È costituita da due cassoni contrappesati indipendenti, ciascuno dei quali può ospitare una grande chiatta da 1350 tonnellate. L'immagine sottostante mostra la struttura di base di uno di questi cassoni. *Nota: i valori numerici di questo problema sono stati adattati e non rispecchiano completamente la realtà. Se si utilizza un risultato già ottenuto, continuare sempre a calcolare con il numero esatto.*

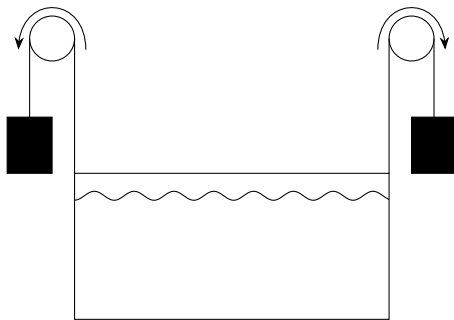


Figura 1: Vista schematica di un cassone. Si vedono i contrappesi in nero e il cassone, dove arriva la barca, al centro. A collegare questi due elementi ci sono i cavi che si avvolgono intorno ai cilindri.

#### Parte A. Statica (5.5 punti)

Vogliamo prima ricavare alcune proprietà del sistema a riposo. Un cassone ha dimensioni interne di  $112\text{ m} \times 12\text{ m}$  e una profondità d'acqua di  $4\text{ m}$ . È sospeso da 112 cavi di sospensione e 32 cavi di controllo, questi ultimi utilizzati anche per spostarlo.

**i. (1 pt)** Qual è la massa totale dell'acqua all'interno del cassone in assenza di imbarcazioni?

**ii. (1 pt)** Sapendo che un cassone vuoto pesa  $3000\text{ t}$  e che i contrappesi corrispondono esattamente alla massa totale del cassone pieno, calcolare la tensione  $T$  in ciascuno dei cavi (= forza applicata da ciascuno dei cavi). Si può supporre che tutti i cavi abbiano la stessa tensione.

**iii. (1.5 pt)** L'ascensore è progettato per trasportare imbarcazioni fino a  $1350\text{ t}$ . Calcolate il volume d'acqua che lascia il cassone quando una barca di questo tipo vi entra. Spiegate il vostro risultato. Si supponga che il livello dell'acqua rimanga costante.

**iv. (2 pt)** Il cassone ha una porta su ogni lato corto, che copre l'intera sezione trasversale dell'acqua. Calcolare la forza con cui l'acqua spinge su ciascuna porta.

#### Parte B. Dinamica (7 punti)

Ora vogliamo che il cassone si muova, in modo da trasportare le barche.

**i. (1 pt)** I cavi di controllo possono sopportare una tensione massima di  $600\text{ kN}$ . Calcolare l'accelerazione massima possibile prima che i cavi si rompano.

Consideriamo ora un cavo che avvolge un cilindro e vogliamo calcolare la forza aggiuntiva creata dall'attrito. In altre parole, vogliamo trovare la relazione tra la tensione  $T_{\text{Carico}}$  su un lato del cavo, la tensione  $T_{\text{Tenuta}}$  sull'altro lato, il coefficiente di attrito  $\mu$  e l'angolo totale  $\varphi$  (dato in radianti) percorso dal cavo attorno al cilindro.

**ii. (1 pt)** Descrivete la variazione  $\delta F_N$  della forza normale (del cavo sul cilindro) causata da una piccola variazione  $\delta\varphi$  dell'angolo percorso dal cavo. Si supponga che vi sia una tensione  $T_{\text{Carico}}$  sul cavo e si utilizzino le opportune semplificazioni.

**iii. (3 pt)** Utilizzando il risultato precedente, in che modo la variazione della tensione per un piccolo

angolo  $\frac{dT_{\text{Carico}}(\varphi)}{d\varphi}$  dipende dalla tensione e dall'attrito? Indicare cosa deve essere  $T_{\text{Carico}}(\varphi)$  quando  $\varphi = 0$ . Questa è ora un'equazione differenziale. Non è necessario risolverla.

Ogni cavo di comando si avvolge intorno a una ruota motorizzata, che aziona l'ascensore. L'effetto dell'attrito su un cavo avvolto intorno a un cilindro può essere calcolato con la seguente equazione, che è la soluzione dell'equazione differenziale derivata in precedenza:

$$T_{\text{Carico}} = T_{\text{Tenuta}} \cdot e^{\mu\varphi}. \quad (\text{B.1})$$

**iv. (2 pt)** Calcolare il numero minimo di giri necessari per ogni cavo di controllo per poter raggiungere l'accelerazione massima senza che il cavo scivoli. Il coefficiente di attrito di acciaio su acciaio è 0.78. *Suggerimento: pensare alla configurazione del sistema*

### Parte C. Energetica (3.5 punti)

Infine, vogliamo fare alcune considerazioni sull'energia utilizzata.

L'ascensore ha una velocità massima di  $0.2\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  e un'altezza di 73.15m. È alimentato da motori

elettrici, che possono essere utilizzati anche come generatori per rallentare la velocità. L'efficienza di questi motori è minore quando vengono usati come generatori:

$$\eta_{\text{generatore}} = 0,7\eta_{\text{motore}}. \quad (\text{C.1})$$

Per questa parte si può trascurare la dissipazione di energia dovuta all'attrito.

**i. (1 pt)** Calcolare l'energia totale effettivamente necessaria per una salita del cassone.

**ii. (1 pt)** Quale massa d'acqua potremmo portare a ebollizione con questa energia? L'acqua parte da  $18^\circ\text{C}$  e ha una capacità termica specifica di  $c = 4.18\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . *Suggerimento: se non avete trovato la risposta alla domanda precedente, usate invece 100kJ.*

**iii. (1.5 pt)** Calcolare la potenza media necessaria durante la fase di accelerazione. Si può ipotizzare che la variazione di accelerazione sia istantanea e che si utilizzi solo la metà dell'accelerazione massima per mantenere un margine di sicurezza.

**Problema lungo 2.2: Cristalli liquidi (16 punti)**

Alcuni finestrini degli aerei possono regolare la loro trasparenza grazie alla tecnologia a cristalli liquidi, che controlla la quantità di luce che passa. Ciò avviene regolando la polarizzazione della luce che passa. La polarizzazione indica la direzione di oscillazione di un campo elettrico della luce (che è un'onda elettromagnetica). La polarizzazione è sempre perpendicolare alla direzione di propagazione e quindi può essere rappresentata da un vettore nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione. Se la luce di intensità  $I$  attraversa un polarizzatore lineare, l'intensità della luce trasmessa  $I_t$  è generalmente data da

$$I_t = I \cos^2(\alpha), \quad (1)$$

dove  $\alpha$  è l'angolo tra la direzione di polarizzazione della luce in ingresso e l'asse di trasmissione del secondo polarizzatore.

**Parte A. Schizzo del sistema (4 punti)**

In primo luogo, la luce passa attraverso un polarizzatore lineare statico, che imposta la direzione di polarizzazione della luce. Poi, la luce passa attraverso uno strato di cristalli liquidi che cambia la polarizzazione della luce di un angolo  $\Delta\phi$ , a seconda del campo elettrico applicato. Allo stato di riposo (senza campo), il cristallo liquido ruota la polarizzazione di un angolo  $\Delta\phi_0$ . Quando viene applicato un campo elettrico, l'angolo di rotazione diminuisce. Infine, la luce passa attraverso un secondo polarizzatore lineare posto a una distanza  $d$  e allineato a un angolo  $\theta = 90^\circ$  rispetto al primo, determinando l'intensità finale della luce trasmessa.

**i. (2 pt)** Disegnare il sistema, segna la distanza tra i filtri e indica l'intensità in ogni fase (non è ancora necessario calcolare le intensità introdotte, vedere i compiti successivi).

**ii. (1 pt)** Descrivete con parole vostre lo stato di polarizzazione della luce in arrivo.

**iii. (1 pt)** Descrivete con parole vostre lo stato di polarizzazione della luce in uscita.

**Parte B. Comportamento del condensatore (3 punti)**

Lo strato di cristallo liquido ha uno spessore di  $d = 5 \mu\text{m}$  e una tensione massima applicata di  $V_{\text{max}} = 12 \text{ V}$ . La permittività relativa del cristallo liquido è  $\epsilon_r = 10$ . *Nota: nel seguito trascuriamo gli effetti di bordo.*

**i. (2 pt)** Calcolare l'intensità del campo elettrico  $E_{\text{max}}$  applicato tra i due polarizzatori attraverso lo strato di cristalli liquidi quando viene applicata la tensione massima.

**ii. (1 pt)** Determinare la capacità  $C$  di un'area  $0.125 \text{ m}^2$  dello strato di cristalli liquidi.

**Parte C. Regolazione dell'intensità (6 punti)**

In questo sistema, l'angolo  $\alpha$  è determinato dalla variazione di polarizzazione dovuta al cristallo liquido ( $\Delta\phi$ ) e dall'orientamento del secondo polarizzatore. Si ha

$$\alpha = \theta - \Delta\phi, \quad (C.1)$$

dove il cambiamento di polarizzazione  $\Delta\phi$  causato dal cristallo liquido dipende dalla tensione applicata ed è approssimato da

$$\Delta\phi = \Delta\phi_0 \left(1 - \frac{V}{V_{\text{max}}}\right), \quad (C.2)$$

dove  $V_{\text{max}} = 12 \text{ V}$  elimina completamente la rotazione della polarizzazione. *Nota: trascuriamo le riflessioni (che sarebbero presenti a causa del grande  $\epsilon_r$ ).*

**i. (2 pt)** Qual è l'intensità della luce  $I_{LC}$  dopo il primo polarizzatore lineare rispetto all'intensità della luce in ingresso  $I_0$ ?

**ii. (1 pt)** Si vuole avere una finestra con la massima trasparenza. Se siete liberi di scegliere il valore di  $\Delta\phi_0 \in (0, 2\pi)$ , a quale valore lo imposterete? Utilizzare questo valore per tutti i sottocompiti successivi. Se non riuscite a trovare il valore ottimale, fornite nelle sottoattività successive il valore numerico presunto che userete per i calcoli successivi.

**iii. (3 pt)** Calcolare la tensione  $V_1$  che deve essere applicata per ridurre l'intensità della luce trasmessa di 70% rispetto alla luce in entrata.

**Parte D. Schermi della calcolatrice (3 punti)**

La stessa tecnologia è utilizzata nei display di molte calcolatrici. L'unica differenza concettuale è che uno specchio è posizionato su un lato del sistema. La luce attraversa quindi il sistema due volte.

**i. (2 pt)** In questo caso, quale tensione  $V_2$  deve essere applicata per ridurre l'intensità di 70% rispetto alla luce in ingresso?

**ii. (1 pt)** Qual è il valore della frazione  $\frac{V_1}{V_2}$ ?

**Problema lungo 2.3: Voltmetro (16 punti)**

Il voltmetro è un dispositivo utilizzato per misurare le tensioni in un circuito elettrico. L'uso pratico del voltmetro si basa su alcuni principi teorici. In questa attività scoprirete come può funzionare un voltmetro e a cosa dovete prestare attenzione nella pratica quando utilizzate un voltmetro.

**Parte A. Calcolo delle tensioni (4.5 punti)**

Consideriamo il circuito di Fig. A.1. In una prima fase, vogliamo calcolare la tensione attraverso le varie resistenze. Applichiamo una tensione  $V_0 = 10\text{ V}$  e conosciamo i valori delle resistenze ( $R_1 = 10\text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 500\text{ k}\Omega$  e  $R_3 = 750\text{ k}\Omega$ ).

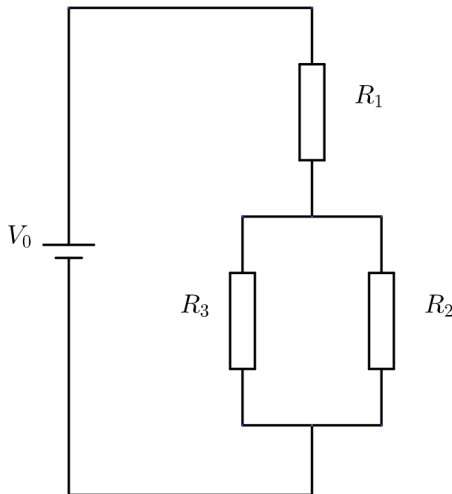


Figura A.1: Circuito con tensione applicata  $V_0$  e resistenze  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ .

**i. (2 pt)** Calcolare le tensioni  $U_1$ ,  $U_2$  e  $U_3$  attraverso le rispettive resistenze  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ .

**ii. (1 pt)** Esaminiamo ora il circuito di Fig. A.2. Consideriamo questo circuito per due diverse disposizioni di prova  $A$  e  $B$ . Le due disposizioni di prova differiscono solo per i valori delle resistenze  $R_1$  e  $R_2$ . Calcolare la tensione  $U_2$  attraverso il resistore  $R_2$  per le due diverse disposizioni di prova  $A$  e  $B$ :

- $R_1^{(A)} = 10\text{ k}\Omega$  e  $R_2^{(A)} = 50\text{ k}\Omega$ ,
- $R_1^{(B)} = 10\text{ M}\Omega$  e  $R_2^{(B)} = 50\text{ M}\Omega$ .

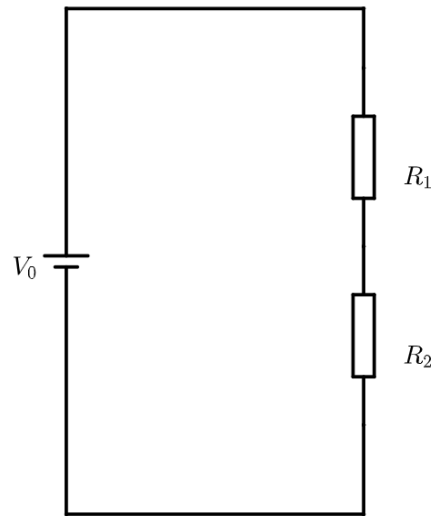


Figura A.2: Circuito con tensione applicata  $V_0$  e resistenze  $R_1$  e  $R_2$ .

**iii. (1.5 pt)** Cosa si nota nella tensione calcolata  $U_2$  in entrambe le disposizioni di prova  $A$  e  $B$ ? Spiegate matematicamente il perché di questa situazione.

**Parte B. Resistenza interna di un voltmetro (6 punti)**

Il voltmetro è uno strumento per la misurazione delle tensioni. Idealmente, la misurazione non comporta alcuna corrente nel voltmetro. Negli strumenti reali, tuttavia, l'isolamento e la misurazione non sono perfetti, per cui scorre comunque una corrente. Questa corrente è descritta da una resistenza nel voltmetro ed è chiamata resistenza interna. In questo sottocompito, esaminiamo il circuito in Fig. A.2 e calcoliamo la resistenza interna del voltmetro.

**i. (2 pt)** Disegnate uno diagramma di come collegare un voltmetro al circuito di Fig. A.2 per misurare la tensione attraverso  $R_2$ . Spiegate la vostra scelta.

**ii. (3 pt)** In un esperimento, abbiamo ricreato entrambe le disposizioni di prova e misurato la tensione attraverso  $R_2$  con lo stesso voltmetro. Abbiamo ottenuto i seguenti valori

- A)  $\tilde{U}_2^A = 8.33\text{ V}$ ,
- B)  $\tilde{U}_2^B = 7.14\text{ V}$ .

Calcolare la resistenza interna  $R_i$  del voltmetro.

iii. (1 pt) Quale deve essere la relazione (qualitativa) fra  $R_i$  e quella che si vuole misurare per ottenere misure precise?

Parte C. Elettroscopio (5.5 punti)

Un voltmetro analogico può essere rappresentato con un elettroscopio. Nei prossimi sottocompiti esamineremo quindi un elettroscopio come mostrato in Fig. C.1. L'elettroscopio è costituito da due piastre attraverso le quali si crea un campo quando viene applicata una tensione. Un puntatore conduttivo è attaccato a una delle piastre e può ruotare liberamente. Per le domande che seguono, si assume che il campo  $E$  tra le due piastre sia omogeneo. Le piastre hanno area  $A$  e hanno rispettivamente carica positiva  $Q$  e carica negativa  $-Q$ . Il puntatore ha una piccola carica positiva  $q$ . Assumiamo inoltre che l'intera carica  $q$  e l'intera massa  $m$  del puntatore si trovino nella sua punta.

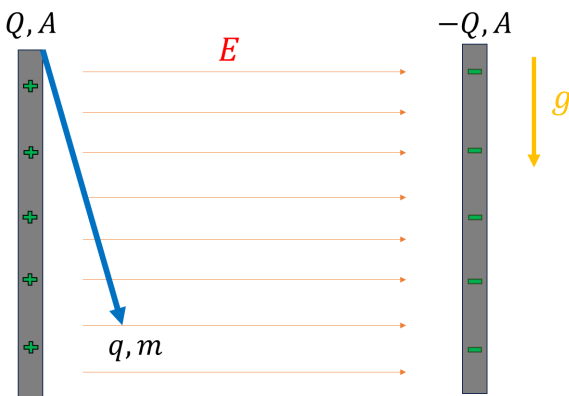


Figura C.1: Diagramma dell'elettroscopio. A sinistra e a destra si trovano le piastre con cariche  $Q$  e  $-Q$ . Entrambe le piastre hanno un'area  $A$ . Il puntatore blu ha carica  $q$  e massa  $m$ , che assumiamo come massa puntiforme e carica puntiforme sulla punta della freccia. Il campo elettrico  $E$ , indicato in rosso nel diagramma, è omogeneo tra le due piastre.

- i. (0.5 pt) Spiegate perché il puntatore si muove.
- ii. (1 pt) Quale condizione deve essere soddisfatta se il puntatore non si muove più in direzione tangenziale? Descrivetela con l'aiuto di uno schema.
- iii. (2 pt) Dalla condizione di equilibrio per la direzione tangenziale, calcolare l'angolo di deviazione  $\alpha$  in funzione delle forze presenti.
- iv. (1.5 pt) Calcolare la forza elettrica sulla punta in funzione delle cariche  $Q$  sulla piastra, della carica  $q$  sulla punta e dell'area  $A$  della piastra.
- v. (0.5 pt) Calcolare ora l'angolo di deviazione per i seguenti valori:
  - $m = 200 \text{ g}$ ,
  - $q = 0.001 \text{ }\mu\text{C}$ ,
  - $Q = 30 \text{ }\mu\text{C}$ ,
  - $A = 1.5 \text{ dm}^2$ ,
  - $\epsilon = \epsilon_0$ .



## Problemi lunghi: soluzioni

### Problema lungo 2.1: Ascensore per barche Strépy-Thieu

16

L'ascensore per barche di Strépy-Thieu è un'infrastruttura navale progettata per collegare due canali in Belgio. È costituita da due cassoni contrappesati indipendenti, ciascuno dei quali può ospitare una grande chiatta da 1350 tonnellate. L'immagine sottostante mostra la struttura di base di uno di questi cassoni. *Nota: i valori numerici di questo problema sono stati adattati e non rispecchiano completamente la realtà. Se si utilizza un risultato già ottenuto, continuare sempre a calcolare con il numero esatto.*

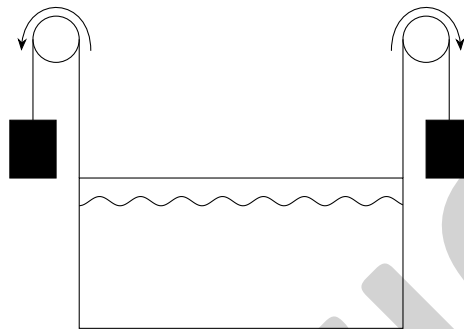


Figura 1: Vista schematica di un cassone. Si vedono i contrappesi in nero e il cassone, dove arriva la barca, al centro. A collegare questi due elementi ci sono i cavi che si avvolgono intorno ai cilindri.

#### Parte A. Statica

5.5

Vogliamo prima ricavare alcune proprietà del sistema a riposo. Un cassone ha dimensioni interne di  $112\text{ m} \times 12\text{ m}$  e una profondità d'acqua di  $4\text{ m}$ . È sospeso da 112 cavi di sospensione e 32 cavi di controllo, questi ultimi utilizzati anche per spostarlo.

**i. Qual è la massa totale dell'acqua all'interno del cassone in assenza di imbarcazioni?**

1

$$m = \rho V = \rho \cdot \text{Length} \cdot \text{Width} \cdot \text{Height} \tag{A.1}$$

For water,  $\rho = 1000\text{ kilogram/m}^3$ . The total water mass is then  $5\,376\,000\text{ kg}$ . Also accepted are solutions of the form  $5.4 \cdot 10^6\text{ kg}$ . However, we require to continue working with the exact result.

1

**ii. Sapendo che un cassone vuoto pesa  $3000\text{ t}$  e che i contrappesi corrispondono esattamente alla massa totale del cassone pieno, calcolare la tensione  $T$  in ciascuno dei cavi (= forza applicata da ciascuno dei cavi). Si può supporre che tutti i cavi abbiano la stessa tensione.**

1

The tension in one cable is equal to the gravitational pull of the caisson divided by the number of cables.

$$T = m_{\text{caisson+water}}g / (112 + 32) = 570420\text{ N} = 570\text{ kN} \tag{A.2}$$

We do not accept  $6 \cdot 10^5\text{ N}$ . Doubling the value because the caisson and the counterweight pull down is wrong. 0.5 points for that.

1

**iii. L'ascensore è progettato per trasportare imbarcazioni fino a  $1350\text{ t}$ . Calcolate il volume d'acqua che lascia il cassone quando una barca di questo tipo vi entra. Spiegate il vostro risultato. Si supponga che il livello dell'acqua rimanga costante.**

1.5

According to Archimede’s Principle, the volume of liquid displaced is so that it’s mass is equal to the mass of the floating object. Since water has a density of  $1000\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , the displaced volume is exactly  $1350\text{m}^3$ . We give 1 point for the numerical result, 0.5 points for the explanation (either just the name Archimede’s Principle or a description of it).

1.5

**iv. Il cassone ha una porta su ogni lato corto, che copre l’intera sezione trasversale dell’acqua. Calcolare la forza con cui l’acqua spinge su ciascuna porta.**

2

*The force exerted on the door is given by the pressure of the water multiplied with the area of the door. The difficulty here is that the pressure is not constant over the whole door.*

The pressure at a given depth is given by:

$$p = \rho gh \tag{A.3}$$

with  $h$  being the depth.

0.5

Therefore, the total force on the door is:

$$F_{\text{Door}} = \int_0^4 p \cdot 12dh = \int_0^4 12\rho gh dh \tag{A.4}$$

1

For water, we can again use  $\rho = 1000\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . This results in a total force of  $F_{\text{Door}} = 941438.1\text{N} \approx 940\text{kN}$ . We accept also different roundings, as long as it makes sense (e.g.  $9 \cdot 10^5$  does NOT make sense).

0.5

**Parte B. Dinamica**

7

**Ora vogliamo che il cassone si muova, in modo da trasportare le barche.**

**i. I cavi di controllo possono sopportare una tensione massima di 600 kN. Calcolare l’accelerazione massima possibile prima che i cavi si rompano.**

1

The cables have a tension of  $570.420\text{kN}$  while at rest (see previous question). We therefore have  $(600 - 570.420)\text{kN} = 29.580\text{kN}$  of force available for the acceleration.

0.5

The acceleration can then be calculated using Newton’s second law:  $F = ma$ . We have 32 control cables, Therefore, we get:

$$a_{\text{max}} = \frac{F}{m_{\text{caisson}} + m_{\text{water}}} = \frac{32 \cdot 29580\text{N}}{8376000\text{kg}} = 0.113\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \tag{B.1}$$

The students also get this 0.5 points if they are missing the  $570.420\text{kN}$  from the previous question but still set up the correct equation.

0.5

**Consideriamo ora un cavo che avvolge un cilindro e vogliamo calcolare la forza aggiuntiva creata dall’attrito. In altre parole, vogliamo trovare la relazione tra la tensione  $T_{\text{Carico}}$  su un lato del cavo, la tensione  $T_{\text{Tenuta}}$  sull’altro lato, il coefficiente di attrito  $\mu$  e l’angolo totale  $\varphi$  (dato in radianti) percorso dal cavo attorno al cilindro.**

**ii. Descrivete la variazione  $\delta F_N$  della forza normale (del cavo sul cilindro) causata da una piccola variazione  $\delta\varphi$  dell’angolo percorso dal cavo. Si supponga che vi sia una tensione  $T_{\text{Carico}}$  sul cavo e si utilizzino le opportune semplificazioni.**

1

Depending on the geometrical derivation, one might get these two possible approximations. We accept both:

$$\delta F_N \approx T_{\text{Load}} \sin(\delta\varphi) \approx T_{\text{Load}} \delta\varphi. \tag{B.2}$$

Or

$$\delta F_N \approx 2T_{\text{Load}} \sin\left(\frac{\delta\varphi}{2}\right) \approx T_{\text{Load}}\delta\varphi. \tag{B.3}$$

Only 0.5 points if the small-angle approximation is missing or only the answer without intermediate step is given. 1

**iii. Utilizzando il risultato precedente, in che modo la variazione della tensione per un piccolo angolo  $\frac{dT_{\text{Carico}}(\varphi)}{d\varphi}$  dipende dalla tensione e dall'attrito? Indicare cosa deve essere  $T_{\text{Carico}}(\varphi)$  quando  $\varphi = 0$ . Questa è ora un'equazione differenziale. Non è necessario risolverla.** 3

Going to infinitesimal elements, the result from above is:

$$dF_N = T_{\text{Load}}(\varphi)d\varphi. \tag{B.4}$$

This leads to the following differential equation:

$$\frac{dF_N}{d\varphi} = T_{\text{Load}}(\varphi). \tag{B.5}$$

1

On the verge of slipping, the (additional) tension which can be applied to one side of the cable is given by the friction force. This is in turn given by  $\mu F_N$ . 0.5

Combining these results, we can get the following result by multiplying both side of the differential equation with  $\mu$  and substituting  $T_{\text{Load}}$ :

$$\frac{dT_{\text{Load}}(\varphi)}{d\varphi} = \mu T_{\text{Load}}(\varphi). \tag{B.6}$$

0.5

The initial condition can be easily deduced by considering the case of  $\varphi = 0$ , corresponding to not wrapping the cable around the cylinder at all. Then, the tension on one side of the cable must trivially be the same as the other side:  $T_{\text{Load}}(0) = T_{\text{Hold}}$ . 1

**Ogni cavo di comando si avvolge intorno a una ruota motorizzata, che aziona l'ascensore. L'effetto dell'attrito su un cavo avvolto intorno a un cilindro può essere calcolato con la seguente equazione, che è la soluzione dell'equazione differenziale derivata in precedenza:**

$$T_{\text{Carico}} = T_{\text{Tenuta}} \cdot e^{\mu\varphi}. \tag{B.7}$$

**iv. Calcolare il numero minimo di giri necessari per ogni cavo di controllo per poter raggiungere l'accelerazione massima senza che il cavo scivoli. Il coefficiente di attrito di acciaio su acciaio è 0.78. *Suggerimento: pensare alla configurazione del sistema*** 2

In our case,  $T_{\text{Load}}$  will be the 600kN while  $T_{\text{Hold}}$  is given by the tension needed to “slow down” the counterweights in their fall:  $T_{\text{Hold}} = (570.420 - 29.580) \text{ kN} = 540.840\text{kN}$ . 0.5

The equation solved for  $\varphi$  is:

$$\varphi = \frac{\log\left(\frac{T_{\text{Hold}}}{T_{\text{Load}}}\right)}{\mu}. \tag{B.8}$$

Here, log is the natural log.

0.5

We obtain the numerical result

$$\varphi = \frac{\log\left(\frac{600000\text{N}}{540840\text{N}}\right)}{0.15} = 0.692 \tag{B.9}$$

0.5

The numerical value is between  $\pi/5$  and  $\pi/4$ , which would correspond to 1/9 of a turn. However, due to the fact that both end of the cables have to go downwards to the caisson or counterweight, we need at least half a turn. The reasoning to obtain the answer needs to be there and correct. (Taking 0.692, rounding it to 0.5 and interpreting it as the number of turn is wrong.)

0.5

**Parte C. Energetica**

3.5

**Infine, vogliamo fare alcune considerazioni sull'energia utilizzata.**

**L'ascensore ha una velocità massima di  $0.2\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  e un'altezza di 73.15m. È alimentato da motori elettrici, che possono essere utilizzati anche come generatori per rallentare la velocità. L'efficienza di questi motori è minore quando vengono usati come generatori:**

$$\eta_{\text{generatore}} = 0,7\eta_{\text{motore}}. \tag{C.1}$$

**Per questa parte si può trascurare la dissipazione di energia dovuta all'attrito.**

**i. Calcolare l'energia totale effettivamente necessaria per una salita del cassone.**

1

The potential energy does not play a role in this, since we have a counterweight. The kinetic energy (independent whether there is a boat or not) is therefore the only one that plays a role, and we get 0.7 of it back while decelerating. The needed energy is therefore:

$$E_{\text{needed}} = 0.3 \cdot \frac{1}{2} m_{\text{caisson} + \text{water}} v_{\text{max}}^2. \tag{C.2}$$

0.5

The numerical result is then:

$$E_{\text{needed}} = 0.3 \cdot \frac{1}{2} 8376000\text{kg} \cdot (0.2\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 = 50256\text{J} \approx 50\text{kJ}. \tag{C.3}$$

0.5

**ii. Quale massa d'acqua potremmo portare a ebollizione con questa energia? L'acqua parte da  $18^\circ\text{C}$  e ha una capacità termica specifica di  $c = 4.18\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . *Suggerimento: se non avete trovato la risposta alla domanda precedente, usate invece 100kJ.***

1

The energy needed to raise the temperature of a certain mass  $m$  of water by  $\Delta T$  is

$$E = mc\Delta T. \tag{C.4}$$

Therefore, we will use the following equation:

$$m = \frac{E}{c\Delta T}. \tag{C.5}$$

0.5

In our case,  $\Delta T = (100 - 18) \text{K} = 82 \text{K}$ . This gives:

$$m = \frac{50256 \text{J}}{4180 \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K} \cdot 82 \text{K}} = 0.147 \text{kg}. \quad (\text{C.6})$$

If the 100kJ were used, the result would be 0.292kg. At least two significant digits are needed, but not overly many. 0.5

**iii. Calcolare la potenza media necessaria durante la fase di accelerazione. Si può ipotizzare che la variazione di accelerazione sia istantanea e che si utilizzi solo la metà dell'accelerazione massima per mantenere un margine di sicurezza.** **1.5**

The power needed is given by the work exerted divided by the time. The total work is equal to the final kinetic energy, since we start with no energy. Again, potential energy does not play a role. The time needed can be easily calculated from the maximal speed and the acceleration used:  $t = v / (0.5a_{\max})$ . Bringing all of this together, we get:

$$P = \frac{m_{\text{caisson}} + m_{\text{water}} v a_{\max}}{4}. \quad (\text{C.7})$$

We obtain the numerical result: 1

$$P = \frac{8376000 \text{kg} \cdot 0.2 \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0.113 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{4} = 47328 \text{W}. \quad (\text{C.8})$$

It is reasonable to round this to two decimal digits so  $P = 47 \text{kW}$ . More are also correct. 0.5

**Problema lungo 2.2: Cristalli liquidi**

**16**

Alcuni finestrini degli aerei possono regolare la loro trasparenza grazie alla tecnologia a cristalli liquidi, che controlla la quantità di luce che passa. Ciò avviene regolando la polarizzazione della luce che passa. La polarizzazione indica la direzione di oscillazione di un campo elettrico della luce (che è un'onda elettromagnetica). La polarizzazione è sempre perpendicolare alla direzione di propagazione e quindi può essere rappresentata da un vettore nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione. Se la luce di intensità  $I$  attraversa un polarizzatore lineare, l'intensità della luce trasmessa  $I_t$  è generalmente data da

$$I_t = I \cos^2(\alpha), \tag{1}$$

dove  $\alpha$  è l'angolo tra la direzione di polarizzazione della luce in ingresso e l'asse di trasmissione del secondo polarizzatore.

**Parte A. Schizzo del sistema**

**4**

In primo luogo, la luce passa attraverso un polarizzatore lineare statico, che imposta la direzione di polarizzazione della luce. Poi, la luce passa attraverso uno strato di cristalli liquidi che cambia la polarizzazione della luce di un angolo  $\Delta\phi$ , a seconda del campo elettrico applicato. Allo stato di riposo (senza campo), il cristallo liquido ruota la polarizzazione di un angolo  $\Delta\phi_0$ . Quando viene applicato un campo elettrico, l'angolo di rotazione diminuisce. Infine, la luce passa attraverso un secondo polarizzatore lineare posto a una distanza  $d$  e allineato a un angolo  $\theta = 90^\circ$  rispetto al primo, determinando l'intensità finale della luce trasmessa.

**i. Disegnare il sistema, segna la distanza tra i filtri e indica l'intensità in ogni fase (non è ancora necessario calcolare le intensità introdotte, vedere i compiti successivi).**

**2**

Sketch of: First polarizing filter. 0.25

Label the distance between the linear polarizers. 0.25

Sketch of: Liquid crystal, marked that it rotates the polarization axis. 0.25

Sketch of: Second polarizing filter, turned  $90^\circ$  with respect to the first. 0.25

Sketch of: Outcoming light. 0.25

Incoming light intensity  $I_0$ . 0.25

Light intensity in the liquid crystal  $I_{LC}$  (assumed constant). 0.25

Outcoming light intensity  $I_1$ . 0.25

**ii. Descrivete con parole vostre lo stato di polarizzazione della luce in arrivo.** **1**

The incoming light is not polarized (sunlight). (To be precise: also sunlight is polarized (i.e. every EM wave is polarized) but it has an arbitrary direction and varying in time.) 1

**iii. Descrivete con parole vostre lo stato di polarizzazione della luce in uscita.** **1**

The outcoming light is linearly polarized. 0.5

The polarization axis is the same as the polarization axis of the second filter. 0.5

Parte B. Comportamento del condensatore

3

Lo strato di cristallo liquido ha uno spessore di  $d = 5 \mu\text{m}$  e una tensione massima applicata di  $V_{\text{max}} = 12 \text{V}$ . La permittività relativa del cristallo liquido è  $\epsilon_r = 10$ . *Nota: nel seguito trascuriamo gli effetti di bordo.*

i. Calcolare l'intensità del campo elettrico  $E_{\text{max}}$  applicato tra i due polarizzatori attraverso lo strato di cristalli liquidi quando viene applicata la tensione massima.

2

The maximum field strength is given by

$$E_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}}}{d} = \frac{12 \text{V}}{5 \mu\text{m}} = 2.4 \times 10^6 \text{V} \cdot \text{m}^{-1}. \tag{B.1}$$

2

ii. Determinare la capacità  $C$  di un'area  $0.125 \text{m}^2$  dello strato di cristalli liquidi.

1

The capacity in such a situation is given by

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}. \tag{B.2}$$

Substituting with the given numerical values yields

$$C = (8.85 \times 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}) \cdot 10 \cdot \frac{0.125 \text{m}^2}{5 \times 10^{-6} \text{m}} = 2.2 \mu\text{F}. \tag{B.3}$$

1

Parte C. Regolazione dell'intensità

6

In questo sistema, l'angolo  $\alpha$  è determinato dalla variazione di polarizzazione dovuta al cristallo liquido ( $\Delta\phi$ ) e dall'orientamento del secondo polarizzatore. Si ha

$$\alpha = \theta - \Delta\phi, \tag{C.1}$$

dove il cambiamento di polarizzazione  $\Delta\phi$  causato dal cristallo liquido dipende dalla tensione applicata ed è approssimato da

$$\Delta\phi = \Delta\phi_0 \left(1 - \frac{V}{V_{\text{max}}}\right), \tag{C.2}$$

dove  $V_{\text{max}} = 12 \text{V}$  elimina completamente la rotazione della polarizzazione. *Nota: trascuriamo le riflessioni (che sarebbero presenti a causa del grande  $\epsilon_r$ ).*

i. Qual è l'intensità della luce  $I_{LC}$  dopo il primo polarizzatore lineare rispetto all'intensità della luce in ingresso  $I_0$ ?

2

Assume uniform polarization angle probability distribution for the incoming light.

0.5

So,

$$I_t = \sum_{\alpha} p(\alpha \in [\alpha, \alpha + \epsilon]) I \cos^2(\alpha) \tag{C.3}$$

or

$$I_t = \int_0^{2\pi} p(\alpha) I \cos^2(\alpha) d\alpha \tag{C.4}$$

	0.5
One obtains $I_{LC} = \frac{I_0}{2}$ . Give all points for the derivation, if this formula is correct.	0.5
The student clearly states that $I_{LC} < I_0$ . Alternatively full points are given, if the numerical solution fullfills the above statement (no points are attributed for follow up errors).e	0.25
The student clearly states that $I_{LC} > 0$ . Alternatively full points are given, if the numerical solution fullfills the above statement (no points are attributed for follow up errors).	0.25
<b>ii. Si vuole avere una finestra con la massima trasparenza. Se siete liberi di scegliere il valore di <math>\Delta\phi_0 \in (0, 2\pi)</math>, a quale valore lo imposterete? Utilizzare questo valore per tutti i sottocompiti successivi. Se non riuscite a trovare il valore ottimale, fornite nelle sottoattività successive il valore numerico presunto che userete per i calcoli successivi.</b>	<b>1</b>
It is has to be equal the angle difference of the two linear polarizers. Thus we have $\Delta\phi_0 = \theta = 90^\circ$ .	1
<b>iii. Calcolare la tensione <math>V_1</math> che deve essere applicata per ridurre l'intensità della luce trasmessa di 70% rispetto alla luce in entrata.</b>	<b>3</b>
Realize it is a combination of the 'unpolarized' to 'linearly polarized' and the misalignment of the linear polarized light with the second filter.	0.5
Provide the statement $I_{LC} = \frac{I_0}{2} \cos^2 \alpha$ .	0.25
State that $0.3 = \frac{I_1}{I_0} = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha_1$ .	0.25
Solve for $\alpha_1 = \arccos(\sqrt{0.3 \cdot 2})$ .	0.25
State that $\alpha_1 = \theta - \Delta\phi_0 \left(1 - \frac{V}{V_{\max}}\right)$ .	
Optionally: provide a numerical answer $\alpha_1 = 39^\circ$ .	0.25
Solve for $V = V_{\max} \left(1 - \frac{\theta - \alpha_1}{\Delta\phi_0}\right)$ . If the final formula is correct, give full points to all above derivation subtasks.	0.5
Provide the numerical answer $V_1 = 5.2 V$ .	0.5
The student clearly states that $V_1 > 0 V$ Alternatively full points are given, if the numerical solution fullfills the above statement (no points are attributed for follow up errors).	0.25
The student clearly states that $V_1 < V_{\max}$ Alternatively full points are given, if the numerical solution fullfills the above statement (no points are attributed for follow up errors).	0.25
<b>Parte D. Schermi della calcolatrice</b>	<b>3</b>
<b>La stessa tecnologia è utilizzata nei display di molte calcolatrici. L'unica differenza concettuale è che uno specchio è posizionato su un lato del sistema. La luce attraversa quindi il sistema due volte.</b>	
<b>i. In questo caso, quale tensione <math>V_2</math> deve essere applicata per ridurre l'intensità di 70% rispetto alla luce in ingresso?</b>	<b>2</b>



Realize its a combination of the ‘unpolarized’ to ‘linearly polarized’ and the misalignment of the linearly polarized light with the second filter and on the way back the misalignment of the linearly polarized light with the first filter.

Provide the statement  $I_2 = \frac{I_0}{2} \cos^2(\alpha_2) \cos^2(\alpha_2)$ . 0.25

State that  $0.3 = \frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{2} \cos^2(\alpha_2) \cos^2(\alpha_2)$ .

Solve for  $\alpha_2 = \arccos(\sqrt[4]{0.3 \cdot 2})$ .

Optionally: provide a numerical answer  $\alpha_2 = 28^\circ$ . 0.25

Repeat the same steps as in the previous subtask, resulting in  $V_2 = \frac{V}{d} = \frac{V_{\max} \left(1 - \frac{\theta - \alpha_2}{\Delta\phi_0}\right)}{d}$ .

Give full points to all derivation subtasks, if the final formula is correct. 0.5

Provide the numerical answer  $V_2 = 3.8 \text{ V}$ . 0.5

The student clearly states that  $V_2 > 0 \text{ V}$ .

Alternatively full points are given, if the numerical solution fullfills the above statement (no points are attributed for follow up errors). 0.25

The student clearly states that  $V_2 < V_{\max}$ .

Alternatively full points are given, if the numerical solution fullfills the above statement (no points are attributed for follow up errors). 0.25

**ii. Qual è il valore della frazione  $\frac{V_1}{V_2}$ ?** **1**

State that

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{\max} \left(1 - \frac{\theta - \alpha_1}{\Delta\phi_0}\right)}{V_{\max} \left(1 - \frac{\theta - \alpha_2}{\Delta\phi_0}\right)} \tag{D.1}$$

This simplifies to  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\left(1 - \frac{\theta - \alpha_1}{\Delta\phi_0}\right)}{\left(1 - \frac{\theta - \alpha_2}{\Delta\phi_0}\right)}$ . 0.5

Provide the numerical answer  $\frac{V_1}{V_2} = 1.38$ . 0.25

The student clearly states that  $V_2 < V_1$  and thus  $\frac{V_1}{V_2} > 1$ .

Alternatively full points are given, if the numerical solution fullfills the above statement (no points are attributed for follow up errors). 0.25

**Problema lungo 2.3: Voltmetro****16**

Il voltmetro è un dispositivo utilizzato per misurare le tensioni in un circuito elettrico. L'uso pratico del voltmetro si basa su alcuni principi teorici. In questa attività scoprirete come può funzionare un voltmetro e a cosa dovete prestare attenzione nella pratica quando utilizzate un voltmetro.

**Parte A. Calcolo delle tensioni****4.5**

Consideriamo il circuito di Fig. A.1. In una prima fase, vogliamo calcolare la tensione attraverso le varie resistenze. Applichiamo una tensione  $V_0 = 10\text{ V}$  e conosciamo i valori delle resistenze ( $R_1 = 10\text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 500\text{ k}\Omega$  e  $R_3 = 750\text{ k}\Omega$ ).

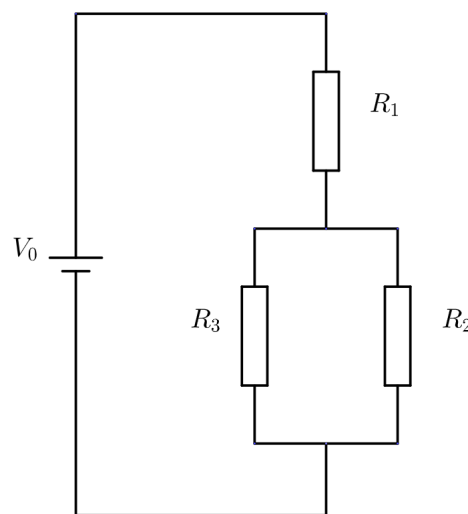


Figura A.1: Circuito con tensione applicata  $V_0$  e resistenze  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ .

**i. Calcolare le tensioni  $U_1$ ,  $U_2$  e  $U_3$  attraverso le rispettive resistenze  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ .**

**2**

We compute  $R_{\text{tot}}$  by first computing  $R_{2,3}$ , the equivalent resistance of the parallel resistors  $R_2$  and  $R_3$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{2,3}} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ \Rightarrow R_{2,3} &= \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

0.5

Then  $R_{\text{tot}}$  can be computed as the combination of  $R_1$  and  $R_{2,3}$  in series

$$\begin{aligned} R_{\text{tot}} &= R_1 + R_{2,3} \\ R_{\text{tot}} &= R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

0.5

From this equation we can compute the current

$$\begin{aligned} U_0 &= R_{\text{tot}} \cdot I_0 \\ I_0 &= \frac{U_0}{R_{\text{tot}}} . \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

For the first resistor, the entire current flows through it and therefore  $U_1$  can be calculated

$$U_1 = R_1 \cdot I_0 = R_1 \cdot \frac{U_0}{R_{\text{tot}}} = 9.7 \text{ V} . \quad (\text{A.5})$$

0.5

As  $R_2$  and  $R_3$  are in parallel, the same voltage is applied across both resistors. Together with  $U_1$ , this must result in the input voltage  $U_0$ .

$$\begin{aligned} U_0 &= U_1 + U_2 = U_1 + U_3 \\ U_2 &= U_3 = U_0 - U_1 = 0.29 \text{ V} . \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

0.5

ii. Esaminiamo ora il circuito di Fig. A.7. Consideriamo questo circuito per due diverse disposizioni di prova  $A$  e  $B$ . Le due disposizioni di prova differiscono solo per i valori delle resistenze  $R_1$  e  $R_2$ . Calcolare la tensione  $U_2$  attraverso il resistore  $R_2$  per le due diverse disposizioni di prova  $A$  e  $B$ :

- $R_1^{(A)} = 10 \text{ k}\Omega$  e  $R_2^{(A)} = 50 \text{ k}\Omega$ ,
- $R_1^{(B)} = 10 \text{ M}\Omega$  e  $R_2^{(B)} = 50 \text{ M}\Omega$ ,

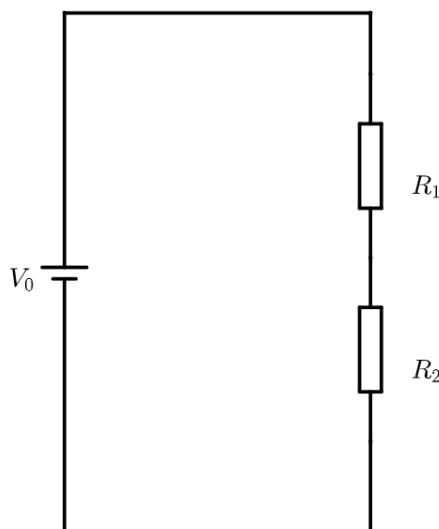


Figura A.7: Circuito con tensione applicata  $V_0$  e resistenze  $R_1$  e  $R_2$ .

This is a series circuit, so the total resistance is the addition of the individual resistances

$$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2. \quad (\text{A.8})$$

This allows the total current to be calculated

$$\begin{aligned} U_0 &= R_{\text{tot}} \cdot I_0 \\ \Rightarrow I_0 &= \frac{U_0}{R_{\text{tot}}}. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

The voltages can now be calculated

$$U_2 = R_2 \cdot I_0 = R_2 \cdot \frac{U_0}{R_{\text{tot}}}. \quad (\text{A.10})$$

0.5

The answers for the two different test arrangements are thus

$$\begin{aligned} U_2^{(A)} &= 8.3 \text{ V}, \\ U_2^{(B)} &= 8.3 \text{ V}. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

0.5

**iii. Cosa si nota nella tensione calcolata  $U_2$  in entrambe le disposizioni di prova A e B? Spiegate matematicamente il perché di questa situazione.**

**1.5**

The voltage  $U_2$  is identical in both experimental setups.

0.5

Reason: we can represent the voltages across a resistor as follows

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 \cdot I_0, \\ U_2 &= R_2 \cdot I_0. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

We can transform this to

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{U_1}{R_1}, \\ I_0 &= \frac{U_2}{R_2}. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

0.25

Now we can equate and analyze both equations

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{R_1} &= \frac{U_2}{R_2}, \\ \frac{U_1}{U_2} &= \frac{R_1}{R_2}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

0.25

From this equation it can be seen that the ratio of  $U_1$  and  $U_2$  is identical to that of  $R_1$  and  $R_2$ . Since the same ratio of resistances is present in both test arrangements, the ratio of voltages is also identical and therefore the voltage  $U_2$  is the same in both arrangements.

0.5

**Soluzione alternativa:**

**(1.5)**

*Alternative solution.*

The voltage  $U_2$  is identical in both experimental setups. (0.5)

This can be seen by noting that in the previous task,  $U_2$  reduces to

$$U_2 = \frac{U_0}{1 + R_1/R_2}, \tag{A.15}$$

such that  $U_2$  only depends on the ratio between  $R_1$  and  $R_2$ . (0.5)

Since the same ratio of resistances is present in both test arrangements, the ratio of voltages is also identical and therefore the voltage  $U_2$  is the same in both arrangements. (0.5)

**Parte B. Resistenza interna di un voltmetro** 6

Il voltmetro è uno strumento per la misurazione delle tensioni. Idealmente, la misurazione non comporta alcuna corrente nel voltmetro. Negli strumenti reali, tuttavia, l'isolamento e la misurazione non sono perfetti, per cui scorre comunque una corrente. Questa corrente è descritta da una resistenza nel voltmetro ed è chiamata resistenza interna. In questo sottocompito, esaminiamo il circuito in Fig. A.7 e calcoliamo la resistenza interna del voltmetro.

**i. Disegnate uno diagramma di come collegare un voltmetro al circuito di Fig. A.7 per misurare la tensione attraverso  $R_2$ . Spiegate la vostra scelta.**

The voltmeter is connected in parallel to  $R_2$  in the sketch. 0.5

All circuit elements are properly labeled, including the voltmeter. 0.5

Explanation: for a parallel circuit, the same voltage is applied on both elements, such that the voltmeter should be connected in parallel. 1

**Soluzione alternativa:** (2)

The voltmeter is connected in parallel to  $R_2$  in the sketch. (0.5)

All circuit elements are properly labeled, including the voltmeter. (0.5)

Explanation: the voltmeter has to be connected in parallel because it has to measure the voltage difference across the resistor and there is no way it can do it if it is in series. (1)

**ii. In un esperimento, abbiamo ricreato entrambe le disposizioni di prova e misurato la tensione attraverso  $R_2$  con lo stesso voltmetro. Abbiamo ottenuto i seguenti valori**

- A)  $\tilde{U}_2^A = 8.33 \text{ V},,$
- B)  $\tilde{U}_2^B = 7.14 \text{ V},.$

**Calcolare la resistenza interna  $R_i$  del voltmetro.** 3

The value  $\tilde{U}_2^A = 8.33 \text{ V}$  from the first test arrangement does not help us to calculate the internal resistance  $R_i$ , as the value corresponds to the calculated value without taking the internal resistance into account. 0.5

We know from the previous subtask that the ratio of resistances and voltages is related as follows if we consider a series circuit

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}, \tag{B.1}$$

where  $U_1$  is indirectly given by

$$U_1 = U_0 - U_2. \tag{B.2}$$

Since we connect the voltmeter in parallel as discussed in the previous task, we know that the voltage across the resistor  $R_2$  is the same as that across  $R_i$  and that this corresponds to the voltage across the equivalent resistor  $R_E$

$$\begin{aligned} \frac{U_1}{U_2} &= \frac{R_1}{R_E} \\ \Rightarrow R_E &= \frac{U_2}{U_1} \cdot R_1 = \frac{U_2}{U_0 - U_2} \cdot R_1. \end{aligned} \tag{B.3}$$

We can calculate the equivalent resistance as a parallel circuit

$$R_E = \frac{R_2 \cdot R_i}{R_2 + R_i}. \tag{B.4}$$

If we now set both equations equal, we can solve for  $R_i$  and calculate

$$\begin{aligned} \frac{U_2}{U_0 - U_2} \cdot R_1 &= \frac{R_2 \cdot R_i}{R_2 + R_i} \\ \Rightarrow R_i &= \frac{U_2 \cdot R_1 \cdot R_2}{(U_0 - U_2) \cdot R_2 - U_2 \cdot R_1} = 50 \text{ M}\Omega. \end{aligned} \tag{B.5}$$

**Soluzione alternativa:**

*This alternative solution does not require knowledge of  $U_0$  and but requires the use of the information from both measurements.*

We can express  $U_2$  as (the participant could deduce this e.g. from task A.i)

$$U_2 = \frac{V_0}{1 + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_i}{R_2 R_i}}. \tag{B.6}$$

One then obtains

$$\frac{\tilde{U}_2^A}{\tilde{U}_2^B} = \frac{1 + \frac{R_1^B R_2^B + R_1^B R_i}{R_2^B R_i}}{1 + \frac{R_1^A R_2^A + R_1^A R_i}{R_2^A R_i}} = \frac{R_i + R_1^B + \frac{R_1^B R_i}{R_2^B}}{R_i + R_1^A + \frac{R_1^A R_i}{R_2^A}}. \tag{B.7}$$

For clarity, let us call  $\alpha = \frac{\tilde{U}_2^A}{\tilde{U}_2^B}$ . One then obtains

$$\alpha R_i \left( 1 + \frac{R_1^A}{R_2^A} \right) + \alpha R_1^A = R_i \left( 1 + \frac{R_1^B}{R_2^B} \right) + R_1^B. \tag{B.8}$$

Using that  $\frac{R_1^A}{R_2^A} = \frac{R_1^B}{R_2^B}$  gives

$$R_i \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) (\alpha - 1) = R_1^B - \alpha R_1^A. \tag{B.9}$$

(0.5)

We can finally solve for  $R_i$  and compute

$$R_i = \frac{R_1^B - \alpha R_1^A}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) (\alpha - 1)} = 50 \text{ M}\Omega. \tag{B.10}$$

(1)

iii. Quale deve essere la relazione (qualitativa) fra  $R_i$  e quella che si vuole misurare per ottenere misure precise? 1

Because the voltage is measured in parallel, the internal resistance  $R_i$  must be as large as possible compared to the resistance to be measured. 0.5

If the internal resistance is of the same order of magnitude or even lower, the voltage to be measured will deviate from the expected value. 0.5

Parte C. Elettroscopio 5.5

Un voltmetro analogico può essere rappresentato con un elettroscopio. Nei prossimi sottocompiti esamineremo quindi un elettroscopio come mostrato in Fig. C.1. L'elettroscopio è costituito da due piastre attraverso le quali si crea un campo quando viene applicata una tensione. Un puntatore conduttivo è attaccato a una delle piastre e può ruotare liberamente. Per le domande che seguono, si assume che il campo  $E$  tra le due piastre sia omogeneo. Le piastre hanno area  $A$  e hanno rispettivamente carica positiva  $Q$  e carica negativa  $-Q$ . Il puntatore ha una piccola carica positiva  $q$ . Assumiamo inoltre che l'intera carica  $q$  e l'intera massa  $m$  del puntatore si trovino nella sua punta.

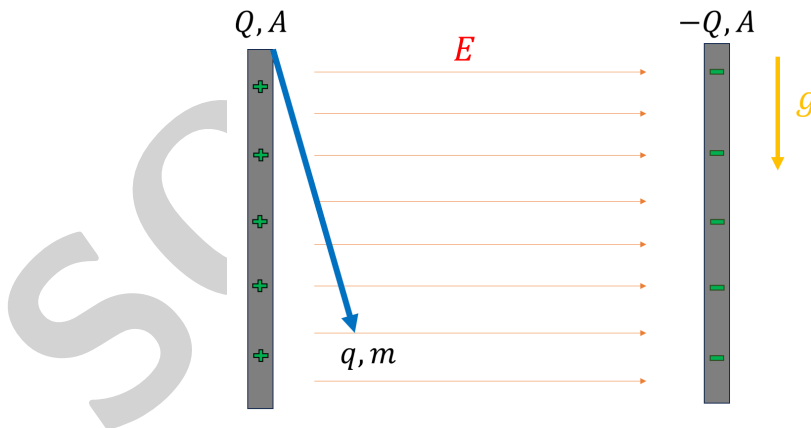


Figura C.1: Diagramma dell'elettroscopio. A sinistra e a destra si trovano le piastre con cariche  $Q$  e  $-Q$ . Entrambe le piastre hanno un'area  $A$ . Il puntatore blu ha carica  $q$  e massa  $m$ , che assumiamo come massa puntiforme e carica puntiforme sulla punta della freccia. Il campo elettrico  $E$ , indicato in rosso nel diagramma, è omogeneo tra le due piastre.

i. Spiegate perché il puntatore si muove.

0.5

The pointer moves because it is charged at the tip and therefore moves along the electric field. As the plate is charged with the same charge, it repels itself.

0.5

**ii. Quale condizione deve essere soddisfatta se il puntatore non si muove più in direzione tangenziale? Descrivetela con l'aiuto di uno schema.**

1

The normal component of the gravitational force and the normal component of the Coulomb force from the electric field on the pointer must have the same amount, as they act in opposite directions.

0.5

Clean and correct drawing.

0.5

**iii. Dalla condizione di equilibrio per la direzione tangenziale, calcolare l'angolo di deviazione  $\alpha$  in funzione delle forze presenti.**

2

We know from the previous subtask that the normal components of gravity and the force of the field must be equal. The normal forces are calculated as follows.

$$\begin{aligned} F_{G,N} &= \sin(\alpha) \cdot F_G \\ F_{E,N} &= \cos(\alpha) \cdot F_E. \end{aligned} \tag{C.2}$$

This follows from geometric illustrations in the sketch.

1

Since these two forces should be equal, we set them equal and write expressions in terms of  $\alpha$ .

$$\begin{aligned} F_{G,N} &= F_{E,N} \\ \Rightarrow F_G \cdot \sin(\alpha) &= F_E \cdot \cos(\alpha) \\ \Rightarrow \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} &= \tan(\alpha) = \frac{F_E}{F_G} \\ \Rightarrow \alpha &= \tan^{-1}\left(\frac{F_E}{F_G}\right) \end{aligned} \tag{C.3}$$

**iv. Calcolare la forza elettrica sulla punta in funzione delle cariche  $Q$  sulla piastra, della carica  $q$  sulla punta e dell'area  $A$  della piastra.**

1

1.5

The electrical force can be calculated from the electric field as

$$F_E = q \cdot E \tag{C.4}$$

0.5

The electric field is given by

$$E = \frac{Q}{\epsilon \cdot A} \tag{C.5}$$

0.5

Assemble both equations leads to the result

$$F_E = \frac{q \cdot Q}{\epsilon \cdot A} \tag{C.6}$$

0.5

**v. Calcolare ora l'angolo di deviazione per i seguenti valori:**

- $m = 200 \text{ g}$ ,
- $q = 0.001 \text{ }\mu\text{C}$ ,
- $Q = 30 \text{ }\mu\text{C}$ ,
- $A = 1.5 \text{ dm}^2$ ,
- $\epsilon = \epsilon_0$ .

Plugging in the numbers leads to the following result

0.5

$$\alpha = \tan^{-1}(0.115\dots) = 6.6^\circ. \tag{C.7}$$

0.5