



**PHYSICS.
OLYMPIAD.CH**

PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Physik-Olympiade

Zweite Runde

18. Januar 2023

Teil 1 : 21 MC Fragen

Zeit : 60 Minuten

Total : 21 Punkte (21×1)

Teil 2 : 3 lange Probleme

Zeit : 120 Minuten

Total : 48 Punkte (3×16)

Erlaubte Hilfsmittel : Taschenrechner ohne Formelspeicher
Schreib- und Zeichenmaterial

Viel Erfolg!

Supported by :



Naturkonstanten

Cäsium-Hyperfeinfrequenz	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^9$	s^{-1}
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	2.997 924 58	$\times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Planck-Konstante	h	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Elementarladung	e	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Boltzmann-Konstante	k_{B}	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Avogadro-Konstante	N_{A}	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	mol^{-1}
Photometrisches Strahlungsäquivalent	K_{cd}	6.83	$\times 10^2$	$\text{cd} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{sr}$
Magnetische Konstante	μ_0	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\text{A}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Elektrische Konstante	ε_0	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4$
Gaskonstante	R	8.314 462 618...		$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\text{K}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
Gravitationskonstante	G	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Elektronenmasse	m_{e}	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	kg
Neutronenmasse	m_{n}	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	kg
Protonenmasse	m_{p}	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	kg
Normfallbeschleunigung	g_{n}	9.806 65		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Multiple Choice

Zeit: 60 Minuten

Maximalpunktzahl: 21 Punkte (1 Punkt pro richtige Antwort)

- Multiple-Choice-Aufgaben (MC) haben mehrere Aussagen, von denen **genau eine** richtig ist. Wenn Du genau die richtige Antwort auf dem Antwortblatt markierst, erhältst Du einen Punkt, sonst null.

Frage 1.1 (MC)

Wenn die Weltbevölkerung gleichmässig auf der gesamten Landmasse unseres Planeten verteilt wäre, welche Fläche hätte dann jede Person zur Verfügung?

- A) $1.8 \times 10^4 \text{ m}^2$ B) $1.8 \times 10^6 \text{ m}^2$
 C) $1.8 \times 10^8 \text{ m}^2$ D) $1.8 \times 10^{10} \text{ m}^2$

Frage 1.2 (MC)

Was ist der Unterschied der magnetischen Energie eines Spin-Up und eines Spin-Down Elektron?

- A) $E = \frac{e}{m_e} \hbar^2 B$ B) $E = \frac{e}{m_e} \hbar B$
 C) $E = \frac{e^2}{m_e} \hbar B$ D) $E = \frac{e^2}{m_e^2} \hbar B$
 E) $E = \frac{e^2}{m_e} \hbar^2 B$

Frage 1.3 (MC)

Sei $\vec{a} \neq \vec{0}$ ein Vektor. Welche Gleichung ist korrekt?

- A) $(\vec{a} + \vec{a}) + \vec{a} = \vec{0}$ B) $(\vec{a} + \vec{a}) \times \vec{a} = \vec{0}$
 C) $(\vec{a} + \vec{a}) \cdot \vec{a} = 0$ D) $(\vec{a} \times \vec{a}) + \vec{a} = \vec{0}$
 E) $(\vec{a} \cdot \vec{a}) \vec{a} = \vec{0}$

Frage 1.4 (MC)

Wenn sich die Erde schneller um sich selbst drehen würde, wäre der geostationäre Orbit...

- A) niedriger. B) unverändert.
 C) höher.

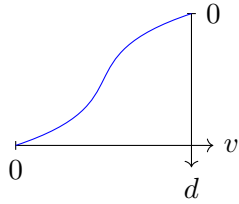
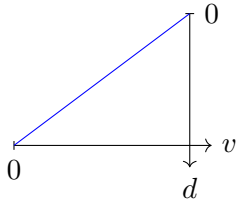
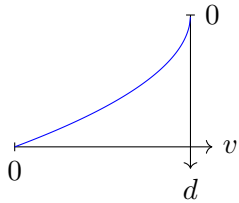
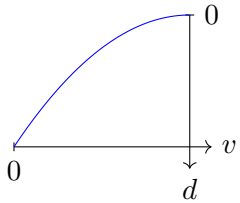
Frage 1.5 (MC)

Asterix und Obelix spielen gemeinsam Boccia mit Hinkelsteinen. Obelix (der wie üblich sehr stark ist) wirft einen Hinkelstein mit einer Geschwindigkeit von $100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ und einem Winkel von 45° zum Horizont von sich weg. Der Hinkelstein hat eine Masse von 100 kg . Asterix berechnet die maximale Höhe des Hinkelsteins während des Flugs. Welchen Wert findet er?

- A) 25 m B) 255 m
 C) 500 m D) 980 m
 E) Der Hinkelstein erreicht den Mond.

Frage 1.6 (MC)

Cloé misst die Geschwindigkeit v des Wassers in einem Fluss unendlicher Breite in unterschiedlichen Tiefen d . Welches dieser Geschwindigkeitsprofile wird sie am ehesten beobachten?

- A)  B) 
- C)  D) 

Frage 1.7 (MC)

Ein Ball stösst elastisch auf einen anderen Ball der gleichen Masse, der anfangs in Ruhe ist. Die Geschwindigkeit des zweiten Balls nach der Kollision ist die Hälfte der Anfangsgeschwindigkeit des ersten Balls. Was ist der Winkel zwischen der Endgeschwindigkeit des zweiten Balls und der Anfangsgeschwindigkeit des ersten Balls?

- A) 0° B) 30° C) 45° D) 60° E) 90°

Frage 1.8 (MC)

Eine Wand bewegt sich mit Geschwindigkeit u nach links. Ein Ball bewegt sich nach rechts auf die Wand zu, mit Geschwindigkeit v . Welche Geschwindigkeit hat der Ball nach der elastischen Kollision?

- A) v nach links
 B) u nach links
 C) $v + u$ nach links
 D) $v + 2u$ nach links
 E) $v + \frac{u}{2}$ nach links

Frage 1.9 (MC)

Zwei Punktmassen m und M sind R voneinander entfernt. M ist fest verankert und m ist anfangs in Ruhe. m wird dann von M via Gravitationskraft angezogen. Wie lange dauert es, bis m auf M aufprallt?

- A) $\sqrt{\frac{\pi^2 R^3}{8GM}}$ B) $\sqrt{\frac{\pi^2 R^3}{2GM}}$ C) $\sqrt{\frac{\pi^2 R^3}{GM}}$
 D) $\sqrt{\frac{2\pi^2 R^3}{GM}}$ E) $\sqrt{\frac{8\pi^2 R^3}{GM}}$

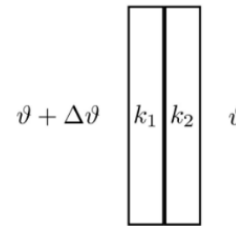
Frage 1.10 (MC)

Ein Eiskalorimeter ist eine Apparatur um die spezifische Wärme eines Stoffes zu bestimmen. Im Wesentlichen wird dabei der zu untersuchende Stoff aufgeheizt und auf einen Eisblock bei 0°C platziert. Danach wird die Menge des geschmolzenen Wassers gemessen. Wir führen diesen Versuch nun mit einer Probe von 100 g Blei aufgeheizt auf 50°C durch und messen 1.93 g geschmolzenes Wasser. Was ist die spezifische Wärme von Blei? Die Schmelzwärme von Wasser beträgt $333.7 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$.

- A) $0.129 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ B) $0.775 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
 C) $1.29 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ D) $7.75 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Frage 1.11 (MC)

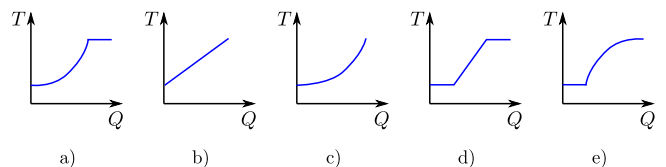
Zwei Platten haben jeweils die Fläche 1 m^2 und sind 1 cm dick. Die Platten haben eine Wärmeleitfähigkeit von $k_1 = 0.7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ bzw. $k_2 = 1.0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Wie gross ist der Wärmestrom durch die Platten bei einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta = 10 \text{ K}$, wenn die beiden Platten zusammengestellt werden?



- A) 0.21 W B) 4.1 W C) 0.41 kW
 D) 1.7 kW E) 21 kW

Frage 1.12 (MC)

Ein Gemisch aus Wasser und Eis wird erhitzt. Welcher Graph beschreibt am besten den Zusammenhang zwischen der Temperatur T des Systems und der zugeführten Wärme Q ?



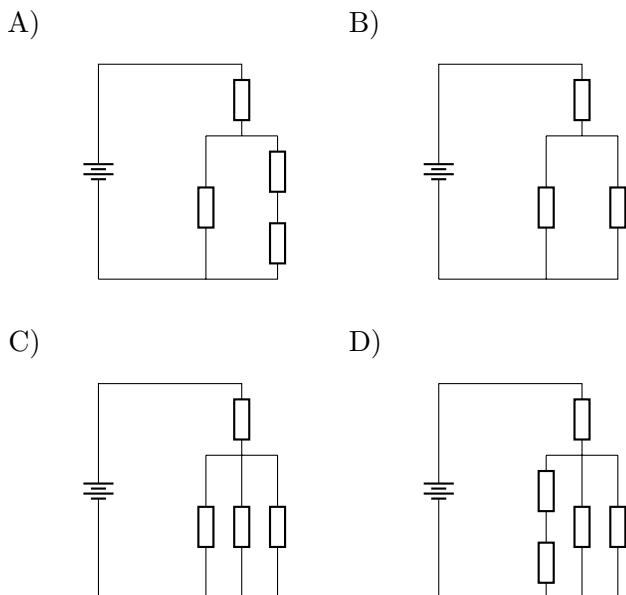
- A) a B) b C) c D) d E) e

Frage 1.13 (MC)

Alice hat kürzlich vom Goldenen Schnitt φ gehört. Sie erinnert sich, dass es möglich ist, φ als Kettenbruch zu schreiben:

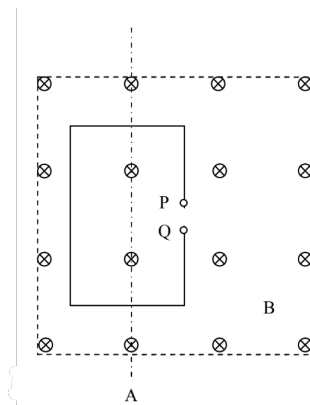
$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

Sie stellt fest, dass sie ihre Widerstände von exakt $R = 1 \Omega$ verwenden könnte, um einen Schaltkreis zu bauen, dessen Gesamtwiderstand den Goldenen Schnitt beliebig gut approximiert. Sie hat aber nur endlich viele Widerstände. Welchen der folgenden Schaltkreise sollte Alice bauen, um einen Gesamtwiderstand möglichst nah an $\varphi \Omega$ zu erhalten?



Frage 1.14 (MC)

Eine rechteckige Leiterschleife befindet sich in einem homogenen, senkrecht in die Zeichenebene hinein gerichteten Magnetfeld B (siehe Skizze). Das Magnetfeld B werde von einer vom Strom I durchflossenen Spule erzeugt.

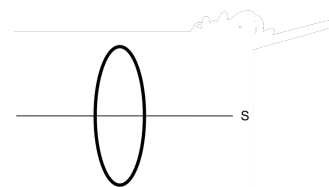


Welche der folgenden Aussagen ist falsch? In der Leiterschleife wird eine Spannung induziert, wenn

- A) sie um die Drehachse A rotiert.
- B) sie um die Drehachse A rotiert und die Anschlüsse P und Q überbrückt sind.
- C) man den Strom I langsam verringert.
- D) man die Leiterschleife um ein Drittel der Leiterschleifenbreite nach rechts verschiebt.
- E) sich der magnetische Fluss durch die Leiterschleife ändert.

Frage 1.15 (MC)

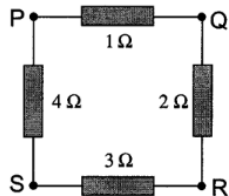
Eine Ladung von $3.25 \mu\text{C}$ ist gleichmässig auf einem Ring mit dem Radius 7.5 cm und vernachlässigbar kleinem Querschnitt verteilt. Die elektrische Feldstärke auf der Symmetrieachse S im Abstand von 1.2 cm vom Mittelpunkt des Rings beträgt



- A) $52 \text{ mN} \cdot \text{C}^{-1}$ B) $80 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ C) $27 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$
- D) $85 \text{ kN} \cdot \text{C}^{-1}$ E) $8 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

Frage 1.16 (MC)

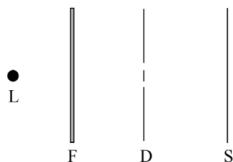
Vier Widerstände sind in untenstehender Weise miteinander verbunden. Zwischen welchem Punktepaar ist der Widerstand am grössten?



- A) P und Q B) Q und S C) R und S
D) S und P E) P und R

Frage 1.17 (MC)

In nebenstehender, nicht massstäblicher Skizze ist ein Interferenzversuch mit einem Doppelspalt schematisch dargestellt. Die Lichtquelle L emittiert weisses Licht und das Grünfilter F absorbiert alles ausser dem grünen Anteil. Das gefilterte Licht trifft auf den Doppelspalt D und erzeugt auf dem Schirm S eine Interferenzfigur aus nahezu äquidistanten hellen und dunklen Streifen.



Welche der folgenden Massnahmen führt dazu, dass der Abstand der Interferenzstreifen verkleinert wird?

1. Der Grünfilter wird durch einen Blaufilter ersetzt.
 2. Der Doppelspalt wird durch einen anderen mit grösserem Spaltabstand ersetzt.
 3. Es wird eine Lichtquelle mit grösserer Leuchtkraft benutzt.
- A) Alle drei B) Nur 1 und 2
C) Nur 2 und 3 D) Nur 1
E) Nur 3

Frage 1.18 (MC)

Cepheiden sind spezielle Sterne, welche eine periodische Variation in ihrer Leuchtkraft aufweisen. Von der Periodendauer lässt sich dabei auf die absolute Helligkeit schliessen. Du hast nun eine Kamera, mit welcher du die Intensität des Sternenlichts messen kannst. Du fotografierst nun zwei Cepheiden A und B und stellst fest, dass die gemessene Intensität von Cepheid B 18 Mal schwächer ist als von Cepheid A. Von der Periodendauer der Leuchtkraftvariation weisst du zudem, dass Cepheid A eine doppelt so starke absolute Helligkeit hat wie Cepheid B. Wie viel weiter entfernt ist Cepheid B als Cepheid A?

- A) 3 Mal weiter weg
B) 6 Mal weiter weg
C) 9 Mal weiter weg
D) 18 Mal weiter weg
E) 36 Mal weiter weg

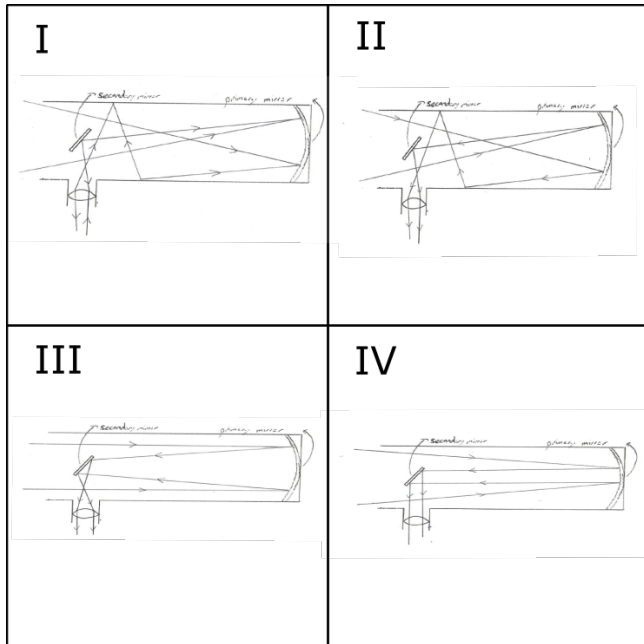
Frage 1.19 (MC)

Wie kann man die Menge der von einem Teleskop eingefangenen Photonen erhöhen?

- A) Mit einem Teleskop mit größerem Hauptspiegel.
B) Mit einem Teleskop mit größerem Sekundärspiegel.
C) Mit einem Teleskop mit größerem Okular.
D) Anstelle eines Okulars bringt man direkt eine empfindliche Kamera an.
E) Das rote Licht wird herausgefiltert und man behält nur die hochenergetischen blauen Photonen.

Frage 1.20 (MC)

Betrachte ein Teleskop. Welcher der folgenden Lichtwege ist möglich?



- A) I B) II C) III D) IV

Frage 1.21 (MC)

Emmy hält einen Löffel mit ausgestrecktem Arm und betrachtet ihr Spiegelbild sowohl mit der Innenseite als auch mit der Aussenseite. Dabei fällt ihr folgendes auf:

- A) Die Spiegelbilder auf der Innen- und -Aussenseite sind verkehrt (auf dem Kopf).
- B) Das Spiegelbild auf der Innenseite ist verkehrt und das Spiegelbild auf der Aussenseite ist nicht verkehrt.
- C) Das Spiegelbild auf der Aussenseite ist verkehrt und das Spiegelbild auf der Innenseite ist nicht verkehrt.
- D) Die Spiegelbilder auf der Innen- und -Aussenseite sind nicht verkehrt.

Multiple Choice: Antwortblatt

Gebe deine Antworten in den dafür vorgesehenen Kästchen auf dieser Seite an.

Nachname:	Vorname:	Total:
------------------	-----------------	---------------

	A	B	C	D	E
Frage 1.1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Frage 1.5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.16	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

Multiple Choice: Lösungen

	A	B	C	D	E
Frage 1.1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
Frage 1.5	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.9	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.13	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.15	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Frage 1.16	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.17	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.18	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.19	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Frage 1.20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Frage 1.21	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

Lange Probleme

Zeit: 120 Minuten

Maximalpunktzahl: 48 Punkte (3 × 16)

Beginne jede Aufgabe auf einem neuen Blatt, um das Korrigieren zu erleichtern.

Allgemeiner Hinweis: Die Aufgaben bestehen aus zum Teil unabhängigen Teilaufgaben, falls Du stecken bleibst lohnt es sich weiter zu lesen und bei einer einfacheren Teilaufgabe wieder einzusteigen.

Langes Problem 2.1: Magnus Effekt (16 Punkte)

Rotierende Flugobjekte werden aufgrund der Interaktion mit der umströmenden Luft von ihrer ballistischen Flugbahn abgelenkt. In dieser Aufgabe schauen wir uns diesen Effekt, benannt nach dem Physiker Heinrich Magnus, genauer an. Dazu erarbeiten wir ein einfaches Modell zur Erklärung des Effekts in Teil A. und wenden die Erkenntnisse an einem Beispiel in Teil B. an.

Teil A. Magnus Effekt (9 Punkte)

In diesem Teil betrachten wir einen Zylinder mit der Höhe h und Radius R . Der Zylinder rotiert entlang der Zylinderachse mit einer Winkelgeschwindigkeit ω und der Schwerpunkt bewegt sich mit einer Geschwindigkeit v_B . Für Teil A. wechseln wir nun in das Inertialsystem, das sich mit einer Geschwindigkeit v_B mit dem Zylinder mitbewegt (siehe Skizze).

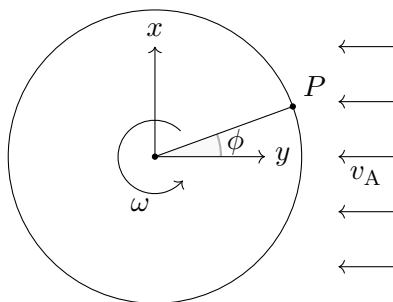


Abbildung A.1: Zylinder aus Sicht des mitbewegten Inertialsystems

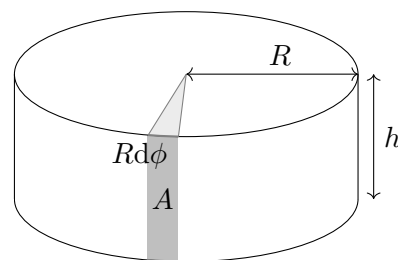
i. (1 Pkt.) Was sind die Geschwindigkeitskomponenten v_x und v_y des Punktes P auf dem Rand des Zylinder in Abhängigkeit von ω , R und dem Winkel ϕ ?

ii. (0.5 Pkte.) Was ist die Geschwindigkeit \vec{v}_A der Luft weit vor dem Zylinder?

Die Luftschicht am Rand des Zylinder wird durch den rotierenden Zylinder mitgerissen. Deswegen nehmen wir an, dass die Geschwindigkeit der Luft am Punkt P der Summe von \vec{v}_A und der Geschwindigkeit \vec{v}_P des Punktes P auf dem Zylinder entspricht.

iii. (3 Pkte.) Angenommen der Druck am Punkt $P_0 = (R, 0)$ ist p_0 . Benutze die Bernoulli-Gleichung um den Druck an einem beliebigen Punkt P am Rande des Zylinders in Abhängigkeit von v_B , des Winkels ϕ , ω und R zu finden.

Wir betrachten nun ein kleines Flächenelement auf der Seite des Zylinders.



iv. (1.5 Pkte.) Berechne die x und y Komponente der Kraft welche auf die Fläche A mit Seitenlängen $Rd\phi$ und Höhe h wirkt.

v. (1 Pkt.) In welche Richtung zeigt die totale Kraft auf den Zylinder? Es genügt ein Argument ohne Rechnung.

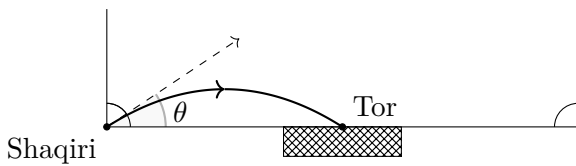
vi. (2 Pkte.) Was ist der Betrag dieser Kraft?
Hinweis: $\int_0^{2\pi} \sin(\phi)^2 d\phi = \pi$

Teil B. Flugbahn (7 Punkte)

In diesem Teil wenden wir den Magnuseffekt auf die Flugbahn eines Fußballs an. Dazu brauchen wir die Kraft des Magnuseffekts im Falle eines Balles, welcher mit einer Geschwindigkeit \vec{v} fliegt und einer Winkelgeschwindigkeit ω dreht

$$\vec{F} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_A (\vec{v} \times \vec{\omega}),$$

wobei ρ_A die Dichte der Luft ($1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) und R der Radius des Balles. Zudem nehmen wir für diese Aufgabe an, dass ein Fussball 420 g wiegt und einen Radius von 11 cm hat. Die Distanz von der Eckfahne zur Mitte des Tores beträgt $L = 23 \text{ m}$. Shaqiri will nun ein Tor von der Eckfahne aus schießen. Er schießt dabei den Ball so, dass die Rotationsachse immer senkrecht zum Boden zeigt.



i. (2 Pkte.) Was für eine Form hat die horizontale und vertikale Komponente der Flugbahn des Balles?

ii. (2.5 Pkte.) Shaqiri schießt den Ball mit einer Rotationsrate von 10 Umdrehungen pro Sekunde und einer horizontalen Anfangsgeschwindigkeit von $v_h = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Mit was für einem Winkel θ zur Grundlinie muss Shaqiri den Ball treten, damit der Ball genau in der Mitte des Tores die Torlinie überquert?

iii. (2.5 Pkte.) Mit welcher vertikalen Geschwindigkeit nach oben muss Shaqiri den Ball schießen, damit der Ball genau dann wieder am Boden auftrifft, wenn er die Torlinie überquert?

Langes Problem 2.2: Energiekrise (16 Punkte)

An einem schönen Herbsttag liest Richard Feynman in der Zeitung, dass im kommenden Winter ein Mangel an fossilen Brennstoffen zu erwarten ist. Er wohnt derzeit zusammen mit Arline Greenbaum in einer Wohngemeinschaft mit Ölheizung. Sie fragen sich, wie sie ihren Ölverbrauch reduzieren können. Im Winter beträgt die Aussentemperatur $T_1 = 3^\circ\text{C}$ und sie wollen ihre Wohnung auf $T_2 = 20^\circ\text{C}$ halten, wobei die Wohnung $P = 2000\text{ W}$ an Wärme verliert, die kompensiert werden muss. Heizöl hat einen Heizwert von $H = 36\text{ MJ} \cdot \text{L}^{-1}$. Wasser hat eine Wärmekapazität von $c = 4.19\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ und eine latente Wärme von $L = 333.7\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ beim Gefrieren.

Teil A. Aufwärmfragen (4.5 Punkte)

i. (1 Pkt.) Schätze den Wirkungsgrad, um warmes Leitungswasser mit Heizöl aufzuheizen.

ii. (1 Pkt.) Wie viel Wasser könnte man mit 1 L Heizöl von T_2 auf $T_3 = 80^\circ\text{C}$ heizen?

iii. (0.5 Pkte.) Wie lange kann die Wohnungstemperatur gehalten werden mit 1 L Heizöl?

iv. (2 Pkte.) Angenommen, die Wohnung verliert nur durch Wärmeleitung Wärme, wie viel Leistung können sie einsparen, indem sie die Wohnungstemperatur auf $T_2' = 17^\circ\text{C}$ erniedrigen?

Teil B. Weitere Heizsysteme (11.5 Punkte)

Aus Bequemlichkeit wollen sie die Temperatur nicht reduzieren. Stattdessen betrachten sie andere Heizsysteme und berechnen die benötigten Größen, um die Raumtemperatur zu halten.

i. (1 Pkt.) Sie könnten eine elektrische Heizung kaufen. Wie viel elektrische Leistung brauchen sie?

Sie könnten auch eine Wärmepumpe einsetzen, die zwischen Temperaturen $T_a \leq T_b$ arbeitet und von einem elektrischen Motor angetrieben wird.

ii. (3 Pkte.) Angenommen die Wärmepumpe hat den theoretisch höchstmöglichen Wirkungsgrad, finde eine Relation zwischen einer infinitesimalen Menge zugeführter Energie dW und einer infinitesimalen Menge an Wärme dQ_b , die dem wärmeren Temperaturreervoir zugefügt wird.

iii. (2 Pkte.) Am einfachsten ist es, die Wärmepumpe so zu installieren, dass sie zwischen der Luft aussen und der Wohnung arbeitet. Was wäre die theoretisch minimal benötigte elektrische Leistung in diesem Fall? Du kannst annehmen, dass der elektrische Motor einen Wirkungsgrad von 100% hat, da die meisten Energieverluste die Raumtemperatur erhöhen.

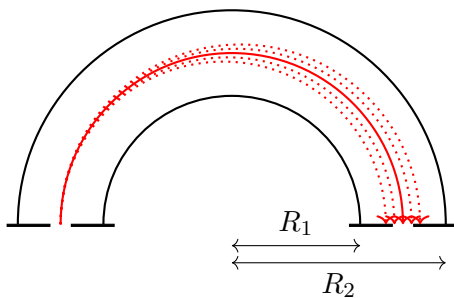
iv. (4.5 Pkte.) Richard denkt nun an seinen Gefrierschrank, der auch wie eine Wärmepumpe funktioniert. Sie könnten Leitungswasser (das mit der Temperatur T_2 ins Haus kommt) nehmen, es in einen Eimer im Gefrierschrank geben und, sobald es gefroren ist, das entstandene Eis aus dem Fenster werfen und den Vorgang wiederholen. Wie hoch wäre dann die theoretisch minimale Durchschnittsleistung und wie viel Wasser brauchen sie im Durchschnitt pro Stunde? Nimm wiederum an, dass der Motor des Gefrierschranks einen Wirkungsgrad von 100% hat und dass das Öffnen des Fensters beim Herauswerfen des Eises nicht die Raumtemperatur beeinflusst. Ebenso beeinflusst das herausgeworfene Eis nicht die Aussentemperatur.

Hinweis: Betrachte Wasser mit einer Masse m und handle den Prozess Abkühlung der Wassertemperatur und Gefrieren zunächst getrennt. Nimm schliesslich an, dass beide Prozesse in einer Zeitspanne Δt ablaufen, um Durchschnittswerte zu erhalten.

v. (1 Pkt.) Plötzlich läutet es an der Türe. Marie besucht Arline und Richard und bringt ihnen den lange versprochenen Velo-Hometrainer. Könnten Arline und Richard die benötigte Wärme durch genügend Training erzeugen?

Langes Problem 2.3: Halbkugelanalysator (16 Punkte)

Photoelektronenspektroskopie untersucht Festkörper auf ihre elektrischen Eigenschaften, indem Licht auf das zu untersuchende Material gestrahlt wird und die Energie der heraustretenden Elektronen bestimmt wird. Um die Energie der Elektronen zu bestimmen, wird ein Halbkugelanalysator (siehe Skizze) verwendet. Das grundlegende Funktionsprinzip ist dabei, dass die Elektronen je nach kinetischer Energie unterschiedlich durch ein elektrisches Feld zwischen zwei leitenden Halbkugeln abgelenkt werden. Das heisst, die Bestimmung der Position nach dem Durchgang durch den Halbkugelanalysator ergibt die ursprüngliche kinetische Energie des Elektrons. Wir wollen nun genauer herausfinden, wie das geschieht.



Teil A. Elektrisches Feld (7 Punkte)

Wir wollen in diesem Teil das elektrische Feld zwischen den beiden Halbkugeln ausrechnen. Dazu nehmen wir an, dass das elektrische Feld dasselbe wie bei zwei ineinander verschachtelten Vollkugeln mit Radius R_1 und R_2 ist.

i. (1 Pkt.) Wir nehmen nun an, dass auf der inneren Kugel mit Radius R_1 eine Ladung Q_1 ist. Was ist das durch diese Ladung erzeugte elektrische Feld im Zwischenraum zwischen den zwei Kugeln in Abhängigkeit des Radius r ?

ii. (1 Pkt.) Auf der grösseren Kugel mit Radius R_2 befindet sich ebenfalls eine Ladung Q_2 . Was ist das durch diese Ladung erzeugte elektrische Feld im Zwischenraum zwischen den zwei Kugeln in Abhängigkeit des Radius r ?

iii. (1 Pkt.) Was ist das elektrische Potential zwischen den beiden Kugeln in Abhängigkeit von r , Q_1 und Q_2 ? Du kannst die Referenz $V = 0$ für das Potential frei wählen.

iv. (3 Pkte.) Im Labor können wir nicht direkt die Ladungen Q_1 und Q_2 beeinflussen sondern lediglich das Potential V_1 und V_2 der beiden Kugeln. Gib das Potential an in Abhängigkeit von V_1 , V_2 , R_1 , R_2 und r .

v. (1 Pkt.) Was ist der Betrag des elektrischen Feldes in Abhängigkeit von V_1 , V_2 , R_1 , R_2 und r ?

Teil B. Elektronenorbit (9 Punkte)

Wir nehmen an, dass die Elektronen beim Radius $R_i = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$ den Halbkugelanalysator mit einer Geschwindigkeit senkrecht zur Öffnung betreten.

i. (2.5 Pkte.) Was ist die kinetische Energie $E_{\text{kin}}^{\text{P}}$ des Elektrons, sodass es einen kreisförmigen Orbit beschreibt? Gib das Resultat in Abhängigkeit von V_1 , V_2 , R_1 , R_2 und der Elementarladung e an.

ii. (1 Pkt.) Wir betrachten nun Elektronen mit kinetischen Energien $E_{\text{kin}} \neq E_{\text{kin}}^{\text{P}}$. Was ist die Form der Elektronentrajektorie in diesem Fall?

iii. (5.5 Pkte.) Bestimme den Radius R_f des Elektrons beim Ausgang des Halbkugelanalysators in Abhängigkeit der kinetischen Energie E_{kin} beim Eingang, der Passierenergie $E_{\text{kin}}^{\text{P}}$ und R_i . *Hinweis: Benutze Drehimpulserhaltung und Energieerhaltung.*

Lange Probleme: Lösungen

Langes Problem 2.1: Magnus Effekt

16

Rotierende Flugobjekte werden aufgrund der Interaktion mit der umströmenden Luft von ihrer ballistischen Flugbahn abgelenkt. In dieser Aufgabe schauen wir uns diesen Effekt, benannt nach dem Physiker Heinrich Magnus, genauer an. Dazu erarbeiten wir ein einfaches Modell zur Erklärung des Effekts in Teil A. und wenden die Erkenntnisse an einem Beispiel in Teil B. an.

Teil A. Magnus Effekt

9

In diesem Teil betrachten wir einen Zylinder mit der Höhe h und Radius R . Der Zylinder rotiert entlang der Zylinderachse mit einer Winkelgeschwindigkeit ω und der Schwerpunkt bewegt sich mit einer Geschwindigkeit v_B . Für Teil A. wechseln wir nun in das Inertialsystem, das sich mit einer Geschwindigkeit v_B mit dem Zylinder mitbewegt (siehe Skizze).

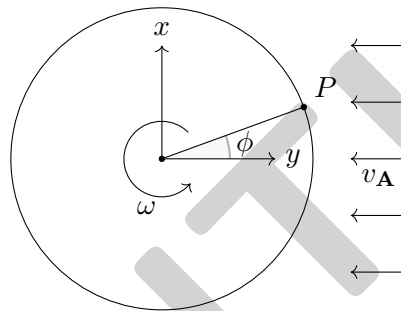


Abbildung A.1: Zylinder aus Sicht des mitbewegten Inertialsystems

i. Was sind die Geschwindigkeitskomponenten v_x und v_y des Punktes P auf dem Rand des Zylinder in Abhängigkeit von ω , R und dem Winkel ϕ ?

1

$$v_x = -\sin(\phi)\omega R$$

0.5

$$v_y = \cos(\phi)\omega R$$

0.5

ii. Was ist die Geschwindigkeit \vec{v}_A der Luft weit vor dem Zylinder?

0.5

$$\vec{v}_A = (-v_B, 0)$$

0.5

Die Luftschicht am Rand des Zylinder wird durch den rotierenden Zylinder mitgerissen. Deswegen nehmen wir an, dass die Geschwindigkeit der Luft am Punkt P der Summe von \vec{v}_A und der Geschwindigkeit \vec{v}_P des Punktes P auf dem Zylinder entspricht.

iii. Angenommen der Druck am Punkt $P_0 = (R, 0)$ ist p_0 . Benutze die Bernoulli-Gleichung um den Druck an einem beliebigen Punkt P am Rande des Zylinders in Abhängigkeit von v_B , des Winkels ϕ , ω und R zu finden.

3

The velocity of the air around the cylinder is

$$(v_x, v_y) = (-v_B - \sin(\phi)\omega R, \cos(\phi)\omega R).$$

0.5

The Bernoulli equation reads as

$$\frac{1}{2}\rho_A v_0^2 + p_0 = \frac{1}{2}\rho_A (v_x^2 + v_y^2) + p(\phi),$$

where we neglected the hydrostatic pressure.

1

With the previous result the velocities can be expanded

$$v_0^2 = v_B^2 + (\omega R)^2$$

0.5

$$v_x^2 + v_y^2 = v_B^2 + (\omega R)^2 + 2\sin(\phi)v_B\omega R$$

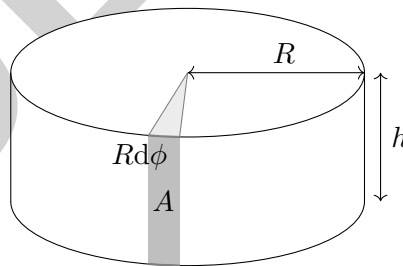
0.5

Putting all things together we get

$$p(\phi) = p_0 - \sin(\phi)v_B\omega R\rho_A.$$

0.5

Wir betrachten nun ein kleines Flächenelement auf der Seite des Zylinders.



iv. Berechne die x und y Komponente der Kraft welche auf die Fläche A mit Seitenlängen $Rd\phi$ und Höhe h wirkt.

1.5

The total force is given by

$$F = pA.$$

0.5

Therefore we get

$$F_x = -F \cos(\phi) = -(p_0 - \rho_A \sin(\phi) v_B \omega R) \cos(\phi) R h d\phi$$

0.5

and

$$F_y = -F \sin(\phi) = -(p_0 - \rho_A \sin(\phi) v_B \omega R) \sin(\phi) R h d\phi.$$

0.5

v. In welche Richtung zeigt die totale Kraft auf den Zylinder? Es genügt ein Argument ohne Rechnung.

1

If we consider the two points (x, y) and $(-x, y)$ the x component of the pressure force is the same in magnitude but the opposite in direction. Therefore the x component is zero.

0.5

Since the pressure on the upper side of the cylinder (positive y values) is lower than on the lower side, the force will point in positive y -direction.

0.5

vi. Was ist der Betrag dieser Kraft?

Hinweis: $\int_0^{2\pi} \sin(\phi)^2 d\phi = \pi$

2

From the argument above we only have to consider the y component of the force. We get the total force by integration:

$$F = \int_0^{2\pi} F_y d\phi = - \int_0^{2\pi} (p_0 - 2 \sin(\phi) v_B \omega R) \sin(\phi) R h d\phi.$$

0.5

The term proportional to the sine becomes zero:

$$- \int_0^{2\pi} p_0 \sin(\phi) R h d\phi = 0.$$

0.5

And for the other term we can use the hint to get

$$F = \int_0^{2\pi} F_y d\phi = \int_0^{2\pi} \rho_A \sin(\phi)^2 v_B \omega R^2 h d\phi = v_B \omega \pi R^2 h = \omega v_B V_{\text{cylinder}} \rho_A.$$

1

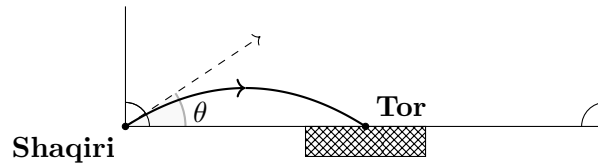
Teil B. Flugbahn

7

In diesem Teil wenden wir den Magnuseffekt auf die Flugbahn eines Fußballs an. Dazu brauchen wir die Kraft des Magnuseffekts im Falle eines Balles, welcher mit einer Geschwindigkeit \vec{v} fliegt und einer Winkelgeschwindigkeit ω dreht

$$\vec{F} = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_A (\vec{v} \times \vec{\omega}),$$

wobei ρ_A die Dichte der Luft ($1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) und R der Radius des Balles. Zudem nehmen wir für diese Aufgabe an, dass ein Fußball 420 g wiegt und einen Radius von 11 cm hat. Die Distanz von der Eckfahne zur Mitte des Tores beträgt $L = 23 \text{ m}$. Shaqiri will nun ein Tor von der Eckfahne aus schießen. Er schießt dabei den Ball so, dass die Rotationsachse immer senkrecht zum Boden zeigt.



i. Was für eine Form hat die horizontale und vertikale Komponente der Flugbahn des Balles? 2

The two components can be considered independently, because the rotation is along the vertical axis and is therefore only affecting the horizontal movement. 0.5

For the horizontal movement we just have the force from the Magnus-effect, which has the same form as the Lorentz force, therefore we expect that the ball moves on a circular trajectory. 1

For the vertical movement only gravity plays a role, therefore we get a parabola. 0.5

ii. Shaqiri schießt den Ball mit einer Rotationsrate von 10 Umdrehungen pro Sekunde und einer horizontalen Anfangsgeschwindigkeit von $v_h = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Mit was für einem Winkel θ zur Grundlinie muss Shaqiri den Ball treten, damit der Ball genau in der Mitte des Tores die Torlinie überquert? 2.5

The magnus force contributes the centripetal force thereby we have the condition

$$\frac{m_B v_h^2}{R_f} = m_A v_h \omega,$$

where ω is the angular velocity of the ball's rotation and R_f the radius of the trajectory. 0.5

Solving for R_f gives

$$R_f = \frac{m_B v_h}{m_A \omega}.$$

The opening angle ϕ of the arc describing the ball's trajectory needs to fulfill the condition 0.5

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) R_f = \frac{L}{2}.$$

Shaqiri needs to aim at half of this opening angle, therefore 0.5

$$\theta = \arcsin\left(\frac{L}{2R_f}\right) = \arcsin\left(\frac{L\omega m_A}{2v_h m_B}\right).$$

The numerical answer is 31.2° (the radius is 22 m). 0.5

iii. Mit welcher vertikalen Geschwindigkeit nach oben muss Shaqiri den Ball schießen, damit der Ball genau dann wieder am Boden auftrifft, wenn er die Torlinie überquert? 2.5

Let $v_{p,0}$ the initial vertical velocity of the ball then the vertical velocity of the ball in dependence on time is

$$v_p(t) = v_{p,0} + gt.$$

When the ball hits the ground it has a velocity of $-v_{p,0}$, 0.5

which means $v_{p,0} = \frac{gT}{2}$, where T is the time it takes the Ball to hit the goal. 0.5

The time T can be obtained from the previous task

$$T = \frac{2\theta R}{v_h}.$$

The numerical answer is $v_{p,0} = 5.33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($T = 1.09 \text{ s}$). 0.5

Langes Problem 2.2: Energiekrise**16**

An einem schönen Herbsttag liest Richard Feynman in der Zeitung, dass im kommenden Winter ein Mangel an fossilen Brennstoffen zu erwarten ist. Er wohnt derzeit zusammen mit Arline Greenbaum in einer Wohngemeinschaft mit Ölheizung. Sie fragen sich, wie sie ihren Ölverbrauch reduzieren können. Im Winter beträgt die Aussentemperatur $T_1 = 3^\circ\text{C}$ und sie wollen ihre Wohnung auf $T_2 = 20^\circ\text{C}$ halten, wobei die Wohnung $P = 2000\text{ W}$ an Wärme verliert, die kompensiert werden muss. Heizöl hat einen Heizwert von $H = 36\text{ MJ}\cdot\text{L}^{-1}$. Wasser hat eine Wärmekapazität von $c = 4.19\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ und eine latente Wärme von $L = 333.7\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ beim Gefrieren.

Teil A. Aufwärmfragen**4.5****i. Schätze den Wirkungsgrad, um warmes Leitungswasser mit Heizöl aufzuheizen.****1**

The efficiency is close to 100 %, the only losses are through the walls of the furnace and/or boiler. However, the longer the time between the heating and the use of domestic hot water, the higher the losses. 80 % is a safe value.

1

ii. Wie viel Wasser könnte man mit 1 L Heizöl von T_2 auf $T_3 = 80^\circ\text{C}$ heizen?**1**

Heating water from T_2 to T_3 requires a heat of $c(T_3 - T_2)$ per unit mass.

0.5

So with $l = 1\text{ L}$ of fuel oil, one can heat a mass of water of $\frac{lH}{c(T_3 - T_2)} \approx 143\text{ kg}$, which also corresponds to $\approx 143\text{ L}$. Taking the efficiency into account, a value between 110 L and 143 L is considered correct.

0.5

iii. Wie lange kann die Wohnungstemperatur gehalten werden mit 1 L Heizöl?**0.5**

They can maintain it for $\frac{lH}{P} = 1.8 \times 10^4\text{ s} = 5\text{ h}$.

0.5

iv. Angenommen, die Wohnung verliert nur durch Wärmeleitung Wärme, wie viel Leistung können sie einsparen, indem sie die Wohnungstemperatur auf $T'_2 = 17^\circ\text{C}$ erniedrigen?**2**

Heat transfer through conduction is proportional to the temperature difference.

1

Therefore the heat loss would be equal to $\frac{T'_2 - T_1}{T_2 - T_1} P$.

0.5

The power saved is then $P - \frac{T'_2 - T_1}{T_2 - T_1} P = \frac{T_2 - T'_2}{T_2 - T_1} P \approx 353\text{ W}$ or 18 %.

0.5

Teil B. Weitere Heizsysteme**11.5**

Aus Bequemlichkeit wollen sie die Temperatur nicht reduzieren. Stattdessen betrachten sie andere Heizsysteme und berechnen die benötigten Größen, um die Raumtemperatur zu halten.

i. Sie könnten eine elektrische Heizung kaufen. Wie viel elektrische Leistung brauchen sie?**1**

Electric heaters have near-perfect efficiency, because what would be losses in other systems are the actual useful output. So they would need a power $P = 2000\text{ W}$.

1

Sie könnten auch eine Wärmepumpe einsetzen, die zwischen Temperaturen $T_a \leq T_b$ arbeitet und von einem elektrischen Motor angetrieben wird.

ii. Angenommen die Wärmepumpe hat den theoretisch höchstmöglichen Wirkungsgrad, finde eine Relation zwischen einer infinitesimalen Menge zugeführter Energie dW und einer

infinitesimalen Menge an Wärme dQ_b , die dem wärmeren Temperaturreervoir zugefügt wird.

3

The ideal case corresponds to a Carnot cycle where the total entropy variation is null and the internal energy of the heat pump goes back to its initial value after each cycle.

1

To function, the pump requires the work $dW = dQ_b - dQ_a$ to be supplied, where dQ_a is taken positive (heat transferred from the lower temperature reservoir to the pump).

0.5

From entropy conservation, $\frac{dQ_a}{T_a} = \frac{dQ_b}{T_b}$.

0.5

Therefore, $dW = dQ_b - dQ_b \frac{T_a}{T_b} = dQ_b \frac{T_b - T_a}{T_b}$.

1

iii. Am einfachsten ist es, die Wärmepumpe so zu installieren, dass sie zwischen der Luft aussen und der Wohnung arbeitet. Was wäre die theoretisch minimal benötigte elektrische Leistung in diesem Fall? Du kannst annehmen, dass der elektrische Motor einen Wirkungsgrad von 100 % hat, da die meisten Energieverluste die Raumtemperatur erhöhen.

2

We can use the first formula derived previously, with $T_a = T_1$ and $T_b = T_2$.

0.5

Because the pump motor is assumed to have perfect efficiency, $\frac{dW}{dt}$ is the required electric power.

0.5

We also have $P = \frac{dQ_2}{dt}$.

0.5

Therefore, $\frac{dW}{dt} = P \frac{T_2 - T_1}{T_2} \approx 116 \text{ W}$.

0.5

iv. Richard denkt nun an seinen Gefrierschrank, der auch wie eine Wärmepumpe funktioniert. Sie könnten Leitungswasser (das mit der Temperatur T_2 ins Haus kommt) nehmen, es in einen Eimer im Gefrierschrank geben und, sobald es gefroren ist, das entstandene Eis aus dem Fenster werfen und den Vorgang wiederholen. Wie hoch wäre dann die theoretisch minimale Durchschnittsleistung und wie viel Wasser brauchen sie im Durchschnitt pro Stunde? Nimm wiederum an, dass der Motor des Gefrierschranks einen Wirkungsgrad von 100 % hat und dass das Öffnen des Fensters beim Herauswerfen des Eises nicht die Raumtemperatur beeinflusst. Ebenso beeinflusst das herausgeworfene Eis nicht die Aussentemperatur.

Hinweis: Betrachte Wasser mit einer Masse m und behandle den Prozess Abkühlung der Wassertemperatur und Gefrieren zunächst getrennt. Nimm schliesslich an, dass beide Prozesse in einer Zeitspanne Δt ablaufen, um Durchschnittswerte zu erhalten.

4.5

In this case, the upper temperature remains fixed $T_b = T_2$, whereas the lower temperature T_a drops from T_2 to $T_0 = 0^\circ\text{C}$, where water freezes.

When lowering the temperature, we have $dQ_a = -cmdT_a$.

0.5

Integrating it in temperature, we get

$$Q_{1,T_2 \rightarrow T_0} = cm \int_{T_0}^{T_2} T dT = cm (T_2 - T_0).$$

0.5

Integrating in temperature the entropy conservation equation, we get

$$Q_{2,T_2 \rightarrow T_0} = cm \int_{T_0}^{T_2} \frac{T_2}{T} dT = cm T_2 \log\left(\frac{T_2}{T_0}\right).$$

During freezing, we have $Q_{1,\text{freezing}} = mL$. 0.5

So $Q_{2,\text{freezing}} = Q_{1,\text{freezing}} \frac{T_2}{T_0} = mL \frac{T_2}{T_0}$. 0.5

In total, $Q_2 = cmT_2 \log\left(\frac{T_2}{T_0}\right) + mL \frac{T_2}{T_0}$ and $W = cm\left(T_2 \log\left(\frac{T_2}{T_0}\right) + T_0 - T_2\right) + mL \frac{T_2 - T_0}{T_0}$. 0.5

The timespan Δt is such that $P = \frac{Q_2}{\Delta t}$. 0.5

Then

$$\frac{m}{\Delta t} = P \frac{1}{cT_2 \log\left(\frac{T_2}{T_0}\right) + L \frac{T_2}{T_0}} \approx 5.4 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1},$$

which is about $2.0 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$. 0.5

And

$$\frac{W}{\Delta t} = P \left(1 - \frac{c(T_2 - T_0) + L}{cT_2 \log\left(\frac{T_2}{T_0}\right) + L \frac{T_2}{T_0}} \right) \approx 135 \text{ W}.$$

0.5

v. Plötzlich läutet es an der Türe. Marie besucht Arline und Richard und bringt ihnen den lange versprochenen Velo-Hometrainer. Könnten Arline und Richard die benötigte Wärme durch genügend Training erzeugen? **1**

The daily food ration for an adult is around 10 000 kJ. 0.5

So even if Arline and Richard transformed all their food intake in heat, their combined power would be a mere

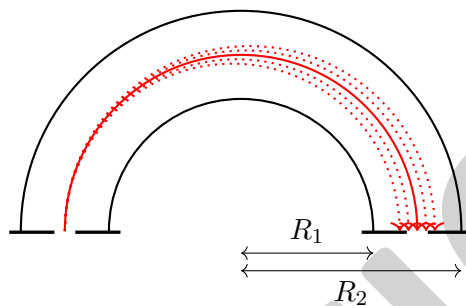
$$2 \frac{10\,000 \text{ kJ}}{3600 \cdot 24 \text{ s}} \approx 231 \text{ W},$$

well below P . 0.5

Langes Problem 2.3: Halbkugelanalysator

16

Photoelektronenspektroskopie untersucht Festkörper auf ihre elektrischen Eigenschaften, indem Licht auf das zu untersuchende Material gestrahlt wird und die Energie der heraus tretenden Elektronen bestimmt wird. Um die Energie der Elektronen zu bestimmen, wird ein Halbkugelanalysator (siehe Skizze) verwendet. Das grundlegende Funktionsprinzip ist dabei, dass die Elektronen je nach kinetischer Energie unterschiedlich durch ein elektrisches Feld zwischen zwei leitenden Halbkugeln abgelenkt werden. Das heisst, die Bestimmung der Position nach dem Durchgang durch den Halbkugelanalysator ergibt die ursprüngliche kinetische Energie des Elektrons. Wir wollen nun genauer herausfinden, wie das geschieht.



Teil A. Elektrisches Feld

7

Wir wollen in diesem Teil das elektrische Feld zwischen den beiden Halbkugeln ausrechnen. Dazu nehmen wir an, dass das elektrische Feld dasselbe wie bei zwei ineinander verschachtelten Vollkugeln mit Radius R_1 und R_2 ist.

i. Wir nehmen nun an, dass auf der inneren Kugel mit Radius R_1 eine Ladung Q_1 ist. Was ist das durch diese Ladung erzeugte elektrische Feld im Zwischenraum zwischen den zwei Kugeln in Abhängigkeit des Radius r ?

1

The electric field is

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2}$$

1

ii. Auf der grösseren Kugel mit Radius R_2 befindet sich ebenfalls eine Ladung Q_2 . Was ist das durch diese Ladung erzeugte elektrische Feld im Zwischenraum zwischen den zwei Kugeln in Abhängigkeit des Radius r ?

1

The electric field is $E(r) = 0$

1

iii. Was ist das elektrische Potential zwischen den beiden Kugeln in Abhängigkeit von r , Q_1 und Q_2 ? Du kannst die Referenz $V = 0$ für das Potential frei wählen.

1

We integrate the total electric field with respect to r and get

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r} + C_2$$

1

iv. Im Labor können wir nicht direkt die Ladungen Q_1 und Q_2 beeinflussen sondern lediglich das Potential V_1 und V_2 der beiden Kugeln. Gib das Potential an in Abhängigkeit von V_1 , V_2 , R_1 , R_2 und r .

3

We have the two boundary conditions

$$V_1 = V(R_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_1} + C_2$$

0.5

$$V_2 = V(R_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_2} + C_2$$

0.5

This can be solved for

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} = -\frac{V_2 - V_1}{R_2 - R_1} R_2 R_1$$

1

and

$$C_2 = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{R_2 - R_1} R_2 = \frac{V_2 R_2 + V_1 R_1}{R_2 - R_1}$$

1

v. Was ist der Betrag des elektrischen Feldes in Abhängigkeit von V_1 , V_2 , R_1 , R_2 und r ?

1

We take the derivative of the Potential with respect to r and get

$$|E(r)| = \frac{V_2 - V_1}{R_2 - R_1} \frac{R_2 R_1}{r^2}$$

1

Teil B. Elektronenorbit

9

Wir nehmen an, dass die Elektronen beim Radius $R_i = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$ den Halbkugelanalysator mit einer Geschwindigkeit senkrecht zur Öffnung betreten.

i. Was ist die kinetische Energie E_{kin}^P des Elektrons, sodass es einen kreisförmigen Orbit beschreibt? Gib das Resultat in Abhängigkeit von V_1 , V_2 , R_1 , R_2 und der Elementarladung e an.

2.5

The centripetal force required to put the electron on circular orbit is

$$F_c = m_e \frac{v_p^2}{R_p}$$

0.5

which has to be equal to electric force

$$eE(R_i) = m_e \frac{v_p^2}{R_p}$$

The electron kinetic energy is given by

$$E_{\text{kin}}^{\text{p}} = \frac{1}{2} m_e v_p^2$$

Therefore we can solve E_p

$$E_{\text{kin}}^{\text{p}} = \frac{1}{2} e E(R_i) R_i = -\frac{1}{2} e \frac{V_2 - V_1}{R_2 - R_1} \frac{R_2 R_1}{R_i} = e (V_2 - V_1) \frac{R_1 R_2}{R_1^2 - R_2^2}$$

ii. Wir betrachten nun Elektronen mit kinetischen Energien $E_{\text{kin}} \neq E_{\text{kin}}^{\text{p}}$. Was ist die Form der Elektronentrajektorie in diesem Fall?

We have the $1/r$ Potential as in the case of celestial orbits. Therefore we can use Kepler's laws and we get that the trajectory is shaped like an ellipse.

Note that the Perihel and the Aphel of the orbit are at the entry or at the exit of the analyzer.

**iii. Bestimme den Radius R_f des Elektrons beim Ausgang des Halbkugelanalysators in Abhängigkeit der kinetischen Energie E_{kin} beim Eingang, der Passierenergie $E_{\text{kin}}^{\text{p}}$ und R_i .
*Hinweis: Benutze Drehimpulserhaltung und Energieerhaltung.***

Let v_i be the initial velocity at the entry and v_f the velocity at the exit. First we have to note that the orbit is perpendicular to the radius at the entry and therefore also has to be perpendicular at the exit.

Therefore angular momentum conservation reads as

$$m_e R_i v_i = m_e R_f v_f$$

Similarly we can use the energy conservation condition

$$E + \frac{\alpha}{R_i} = E_f + \frac{\alpha}{R_f}$$

From the angular momentum conservation we can express

$$E_f = \frac{R_i^2}{R_f^2} E$$

Therefore the energy conservation gives a quadratic equation in R_f

$$\left(E + \frac{\alpha}{R_i}\right) R_f^2 - \alpha R_f - R_i^2 E = 0$$

The solution to this quadratic equation is

$$R_f = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4R_i^2 E^2 + 4\alpha R_i E}}{2\left(E + \frac{\alpha}{R_i}\right)} = \frac{\alpha \pm (\alpha + 2R_i E)}{2\left(E + \frac{\alpha}{R_i}\right)} = -R_i \frac{E}{E + \frac{\alpha}{R_i}}$$

The other solution with the minus just gives $R_f = R_i$, which corresponds to a full orbit.

From above we have $\frac{\alpha}{R_i} = -eE(R_i) R_i = -2E_p$

which gives the final result

$$R_f = R_i \frac{1}{2\frac{E_p}{E} - 1}$$