



**PHYSICS.
OLYMPIAD.CH**

PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Olympiades de Physique

Tour final

18 - 19 mars 2023

Partie 1 : 3 problèmes longs

Durée : 150 minutes

Total : 48 points (3×16)

Moyens autorisés : Calculatrice sans base de données

Matériel pour écrire et dessiner

Bonne chance !

Supported by :



Constantes fondamentales

Fréquence hyperfine du césium	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^9$	s^{-1}
Vitesse de la lumière dans le vide	c	2.997 924 58	$\times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de Planck	h	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	e	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Constante de Boltzmann	k_{B}	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Constante d'Avogadro	N_{A}	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	mol^{-1}
Efficacité lumineuse d'un rayonnement	K_{cd}	6.83	$\times 10^2$	$\text{cd} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{sr}$
Constante magnétique	μ_0	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\text{A}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante électrique	ε_0	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4$
Constante des gaz	R	8.314 462 618...		$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\text{K}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
Constante gravitationnelle	G	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Masse de l'électron	m_{e}	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	kg
Masse du proton	m_{n}	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	kg
Masse du neutron	m_{p}	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	kg
Accélération normale de la pesanteur	g_{n}	9.806 65		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Problèmes longs

Durée : 150 minutes

Cotation : 48 points (3×16)

Commencez chaque problème sur une nouvelle feuille afin de faciliter la correction.

Remarque générale : les problèmes sont composés de parties partiellement indépendantes. En cas de blocage, il est conseillé de continuer à lire et de faire les parties plus faciles.

Problème long 1.1 : Paradoxe des jumeaux (16 points)

La relativité restreinte a introduit le concept de dilatation du temps. L'une des idées erronées les plus communes à propos de ce concept amène au célèbre paradoxe des jumeaux. Dans ce problème, vous allez résoudre ce paradoxe pas à pas à l'aide de diagrammes espace-temps.

Partie A. Diagrammes espace-temps (2.5 points)

Les diagrammes espace-temps sont un outil très utile pour résoudre les problèmes de relativité restreinte. Dans ces diagrammes, le temps multiplié par la vitesse de la lumière ct est représenté sur l'axe vertical, et la position x est représentée sur l'axe horizontal. Les unités utilisées sur les axes horizontal et vertical sont les mêmes.

i. (1 pt) Dessinez sur un diagramme espace-temps les deux lignes qui correspondent à une particule voyageant à la vitesse de la lumière c et passant par l'origine. L'union de ces lignes est appelée le cône de lumière.

ii. (0.5 pt) Alice et Bob sont sœur jumelle et frère jumeau. À leur vingtième anniversaire, Alice décide de prendre une fusée et de voyager jusqu'à une étoile située à $x_1 = 1$ ly (année-lumière) à la vitesse $v = \frac{c}{2}$ puis, une fois l'étoile atteinte, de revenir sur Terre à la même vitesse en direction opposée. Bob, lui, reste sur Terre en attendant le retour de sa jumelle. Regardons comment la dilatation du temps influence le vieillissement d'Alice et celui de Bob. Pour ce faire, commencez par dessiner la trajectoire de Bob du temps $t_0 = 0$ au temps t_2 (le temps où Alice et Bob se retrouvent) alors qu'il reste à la position $x = 0$ durant tout le voyage.

iii. (1 pt) Dessinez sur le même diagramme la trajectoire d'Alice. Nous associons le temps de coordonnées t_1 à l'évènement d'Alice atteignant l'étoile et changeant de direction.

Partie B. Dilatation du temps (3.5 points)

Vous pourriez avoir entendu que dans la relativité restreinte, la dilatation du temps se produit lorsqu'un système se déplace par rapport à un autre. De façon naïve, Bob qui reste sur Terre pourrait s'attendre à ce qu'Alice soit plus jeune que lui au temps t_2 , puisque de son point de vue, Alice s'est déplacée et a donc subi la dilatation du temps. Toutefois, Alice pourrait observer le mouvement de Bob de son point de vue et, par le même raisonnement, elle penserait que Bob serait plus jeune lors de leurs retrouvailles. C'est le paradoxe des jumeaux. Le but de cette partie est de résoudre ce paradoxe.

i. (0.5 pt) Exprimez la différence de temps propre au carré $(\Delta\tau)^2$ en fonction de Δt et Δx . Cette expression peut être vue comme le théorème de Pythagore dans l'espace-temps. Le temps propre d'un système désigne le temps tel qu'il est mesuré dans ledit système.

ii. (0.5 pt) Calculez combien de temps a passé pour Bob lorsqu'il retrouve Alice à son retour de voyage.

Indice : votre diagramme pourrait vous aider à résoudre ce problème géométriquement.

iii. (1.5 pt) Calculez combien de temps a passé pour Alice durant l'entier de son voyage.

iv. (1 pt) Décrivez qualitativement la différence physique entre Alice et Bob qui explique votre résultat aux deux questions précédentes.

Partie C. La perspective d'Alice (5.5 points)

Essayons d'approfondir notre compréhension de la situation en considérant les coordonnées d'Alice.

i. (1 pt) Dans ce qui précède, nous avons implicitement considéré le système de coordonnées de

Bob (ct, x) . Exprimez le système de coordonnées d'Alice (ct', x') en fonction de t, x , $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ et $\beta = v/c$.

ii. (2 pt) Dessinez sur votre diagramme la ligne de simultanéité pour Alice lorsqu'elle atteint l'étoile, c'est-à-dire la ligne avec $t' = \text{const.}$ qui passe par l'évènement d'Alice atteignant l'étoile. Déterminez l'âge de Bob du point de vue d'Alice lorsqu'elle atteint l'étoile.

iii. (1.5 pt) Appelons (ct'', x'') le système de coordonnées d'Alice après qu'elle a inversé sa vitesse. Dessinez sur votre diagramme la ligne de simultanéité pour Alice juste après qu'elle a changé de direction. Déterminez à l'aide de votre diagramme l'âge de Bob du point de vue d'Alice juste après son virage.

Indice : quelle est votre attente concernant la pente de la ligne de simultanéité dans le référentiel (t'', x'') par rapport à celle dans le référentiel (t', x') ?

iv. (1 pt) Comparez votre résultat à celui juste avant d'atteindre l'étoile. Vous attendiez-vous à ce résultat ? Pourquoi ?

Partie D. Effet Doppler (4.5 points)

Supposons maintenant qu'Alice a dit à Bob qu'elle pointerait un faisceau lumineux de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$ en direction de la Terre durant tout son voyage.

i. (1 pt) Calculez la longueur d'onde du signal envoyé par Alice avant qu'elle n'atteigne l'étoile, telle qu'observée par Bob.

ii. (0.5 pt) Calculez la longueur d'onde du signal envoyé par Alice après qu'elle a changé de direction, telle qu'observée par Bob.

iii. (1 pt) Déterminez le temps t_c auquel Bob observe un changement de couleur du signal.

Indice : votre diagramme pourrait vous être utile.

iv. (2 pt) Comment Bob peut-il utiliser sa mesure de t_c et des longueurs d'onde avant et après le changement pour prédire l'âge d'Alice lorsqu'elle revient sur Terre ? Comparez votre résultat à celui obtenu précédemment.

Problème long 1.2 : Ballon (16 points)

Le but de ce problème est de calculer l'altitude de vol d'un ballon météo rempli d'hélium. Pour ce faire, nous nous intéressons tout d'abord à la physique de l'atmosphère. Supposez que cette dernière est constituée d'azote pur ^{14}N , qui peut être considéré comme un gaz parfait de molécules d'azote N_2 .

Partie A. Modèle atmosphérique (6.5 points)

i. (1 pt) Quelles forces sont pertinentes pour la description d'une colonne d'air statique ?

ii. (3.5 pt) Supposez que nous avons une évolution de la température $T(z)$ dans l'atmosphère. Utilisez maintenant la loi des gaz parfaits pour trouver une équation différentielle pour la masse volumique ρ .

iii. (2 pt) Nous supposons que l'évolution de température peut être décrite par la fonction $T(z) = T_0(1 + \alpha z)$, où T_0 est la température au niveau de la mer $z = 0$. Résolvez l'équation différentielle à l'aide de l'ansatz

$$\rho(z) = A(1 + \alpha z)^{-B}$$

et déterminez les constantes A et B en fonction de ρ_0 (masse volumique au niveau de la mer), T_0 , la masse molaire m et α .

Partie B. Ascension (9.5 points)

Supposez maintenant que nous nous trouvons au niveau de la mer $z = 0$. Supposez que la pression

de l'air est de 1.0 bar et qu'il fait un agréable 25°C . Nous pompions de l'hélium ^4He dans un ballon de masse nette 3.0 g, jusqu'à ce qu'il atteigne un volume de 5.0 L. Cela provoque une surpression de 5000 Pa dans le ballon. Nous supposons que la surpression reste constante durant l'ascension. Vous pouvez également supposer que l'hélium est un gaz parfait.

i. (1 pt) Calculez la masse volumique de l'air au niveau de la mer et donnez le résultat en $\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$.

ii. (1 pt) Décrivez en quelques mots pourquoi l'hélium en tant que gaz idéal a une masse volumique plus petite que l'azote. Quel paramètre est décisif ?

iii. (2.5 pt) Quelles sont la masse du ballon et la force qui s'applique sur lui au niveau de la mer ? Donnez la formule ainsi que la valeur numérique. Supposez ici et pour ce qui suit que l'hélium dans le ballon a toujours la même température que l'azote de l'atmosphère environnante.

iv. (4 pt) Calculez maintenant l'altitude que le ballon peut atteindre. Utilisez pour ce faire $\alpha = -0.017 \text{ km}^{-1}$.

v. (1 pt) Même si la surpression au niveau de la mer est faible, elle revêt tout de même une grande importance. Jusqu'à quelle altitude le ballon pourrait-il théoriquement voler, si l'on ne tient pas compte de la surpression ? Une explication brève sans calcul suffit.

Problème long 1.3 : Mission Jupiter de l'OSA (16 points)

L'OSA (Olympiad Space Agency) veut lancer sa première mission interplanétaire. Pour cela, elle a besoin de calculs préliminaires pour s'assurer du succès de la mission.

Partie A. Dynamique céleste (1.5 point)

Le comité de mission de l'OSA a décidé que Jupiter sera la destination de leur sonde. On a besoin que vous calculiez quelques propriétés de leur destination.

i. (1.5 pt) Étant donné la durée d'une année sur Jupiter ($T_{\text{Jupiter}} = 4333$ d) et les masses du système Jupiter-Soleil,

$$m_{\text{Jupiter}} = 1.899 \times 10^{27} \text{ kg},$$

$$M_{\text{Sun}} = 1.9884 \times 10^{30} \text{ kg},$$

calculez le rayon R_{Jupiter} de l'orbite de Jupiter. Vous pouvez supposer que le Soleil est beaucoup plus lourd que Jupiter et que les orbites sont circulaires.

Partie B. Marées solaires sur Jupiter (4 points)

Des scientifiques de l'OSA ont postulé l'existence de marées sur Jupiter, qui, selon elles et eux, pourraient mener à des baisses drastiques de la précision des horoscopes basés sur Jupiter. Pour vérifier (ou infirmer) cette hypothèse, on vous demande de faire quelques calculs.

i. (1 pt) Calculez la gravité de surface de Jupiter (en supposant pour l'instant que la gravité d'autres corps et la rotation autour du Soleil n'ont pas d'effet). Soit $r_{\text{Jupiter}} = 69\,911$ km le rayon de Jupiter. Vous pouvez supposer que Jupiter est une sphère parfaite.

ii. (2 pt) Considérez maintenant un référentiel en rotation avec Jupiter autour du Soleil. Calculez l'accélération totale sur le côté de Jupiter faisant face au Soleil dans ce référentiel en négligeant l'attraction gravitationnelle de Jupiter elle-même. Faites de même pour la face cachée.

iii. (1 pt) Expliquez comment les calculs ci-dessus montrent l'existence de marées (solaires) sur Jupiter. Pensez-vous que cet effet est perceptible à la surface de Jupiter ?

Partie C. JWST 2.0 (3.5 points)

Des scientifiques de l'OSA veulent construire un télescope spatial qui soit protégé du rayonnement solaire par Jupiter. Pour cela, on va placer le télescope au point dit de Lagrange 2 (L2).

i. (0.5 pt) Les points de Lagrange sont des points dans un système à deux corps (dans ce cas Jupiter et le Soleil), où la force résultante agissant sur un troisième corps est nulle dans le référentiel en rotation. Expliquez qualitativement pourquoi de tels points peuvent exister.

ii. (1 pt) En utilisant la question à propos des marées, écrivez une équation pour l'accélération nette subie par un corps placé à une distance d derrière (du côté de la face cachée de) Jupiter dans le référentiel en rotation. Quelles conditions doivent s'appliquer aux points de Lagrange ? Vous n'avez pas besoin de résoudre cette équation.

iii. (2 pt) Expliquez pourquoi typiquement aucun astéroïde ne se trouve à L2. Montrez cela explicitement à l'aide de vos résultats précédents.

Partie D. Le voyage vers Jupiter (7 points)

Grâce à vos calculs, l'OSA est désormais confiante qu'elle est capable de placer un satellite à l'endroit souhaité. Maintenant, elle a « seulement » besoin de l'amener sur place. Pour ce faire, les scientifiques de l'OSA ont proposé la trajectoire en plusieurs étapes suivante.

1. Quitter l'influence gravitationnelle de la Terre en voyageant le long de l'orbite terrestre, jusqu'à ce que nous soyons en orbite circulaire autour du Soleil.
2. En utilisant une forte combustion, changer notre orbite pour qu'elle soit si elliptique que le point le plus éloigné de l'ellipse atteigne l'orbite de Jupiter.
3. En atteignant l'orbite de Jupiter, accélérer à nouveau rapidement pour corriger l'orbite en l'orbite circulaire de Jupiter.

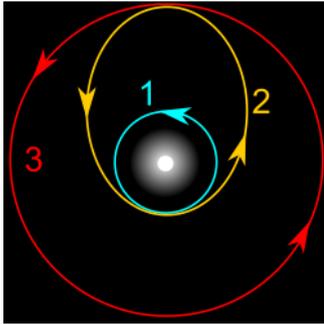


Figure D.1 : La trajectoire prévue

i. (1 pt) Calculez la vitesse minimale v_{escape} nécessaire pour quitter le champ d'influence gravitationnelle de la Terre (la vitesse à laquelle un objet se déplaçant radialement vers l'extérieur ne retombera jamais sur Terre). Vous pouvez négliger tous les autres corps planétaires. Vous pouvez négliger la rotation de la Terre. $r_{\text{Earth}} = 6371 \text{ km}$, $R_{\text{Earth}} = 1.496 \times 10^8 \text{ km}$, $m_{\text{Earth}} = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$.

Nous lancerons le satellite à l'aide d'une fusée Atlas V qui pèse, en incluant le carburant, $m_{\text{rocket}} = 587 \text{ t}$ au départ.

ii. (3.5 pt) Nous supposons maintenant que nous sommes en orbite autour du Soleil. Calculez le changement (instantané) de vitesse nécessaire pour passer à l'orbite de transfert.

Indice : utilisez la conservation de l'énergie et du moment cinétique.

iii. (1 pt) Calculez le changement de vitesse pour passer à l'orbite de Jupiter (vous pouvez ignorer l'attraction gravitationnelle de Jupiter).

iv. (1.5 pt) En utilisant la densité d'énergie du carburant de fusée ($50 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$), calculez la quantité de carburant nécessaire pour accomplir toutes les trois manœuvres. Supposez que la masse de la fusée (y compris le carburant) reste constante. Cette supposition est-elle justifiée ?

Problèmes longs : solutions

Problème long 1.1 : Paradoxe des jumeaux

16

La relativité restreinte a introduit le concept de dilatation du temps. L'une des idées erronées les plus communes à propos de ce concept amène au célèbre paradoxe des jumeaux. Dans ce problème, vous allez résoudre ce paradoxe pas à pas à l'aide de diagrammes espace-temps.

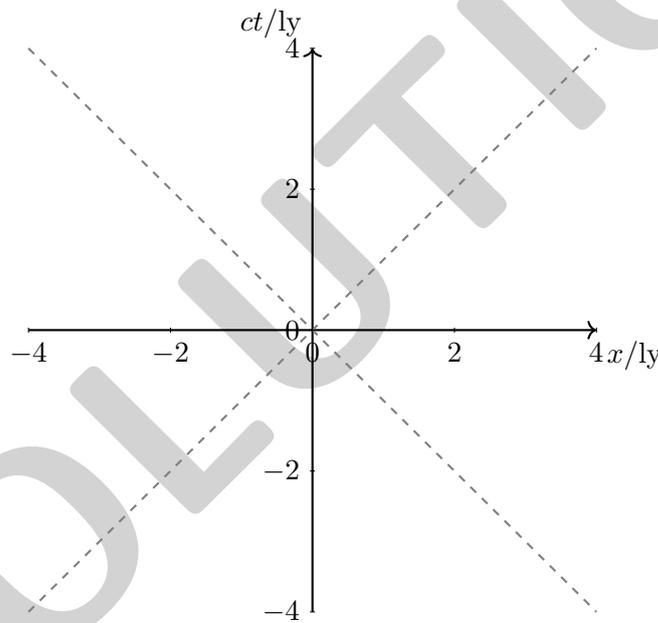
Partie A. Diagrammes espace-temps

2.5

Les diagrammes espace-temps sont un outil très utile pour résoudre les problèmes de relativité restreinte. Dans ces diagrammes, le temps multiplié par la vitesse de la lumière ct est représenté sur l'axe vertical, et la position x est représentée sur l'axe horizontal. Les unités utilisées sur les axes horizontal et vertical sont les mêmes.

i. Dessinez sur un diagramme espace-temps les deux lignes qui correspondent à une particule voyageant à la vitesse de la lumière c et passant par l'origine. L'union de ces lignes est appelée le cône de lumière.

1

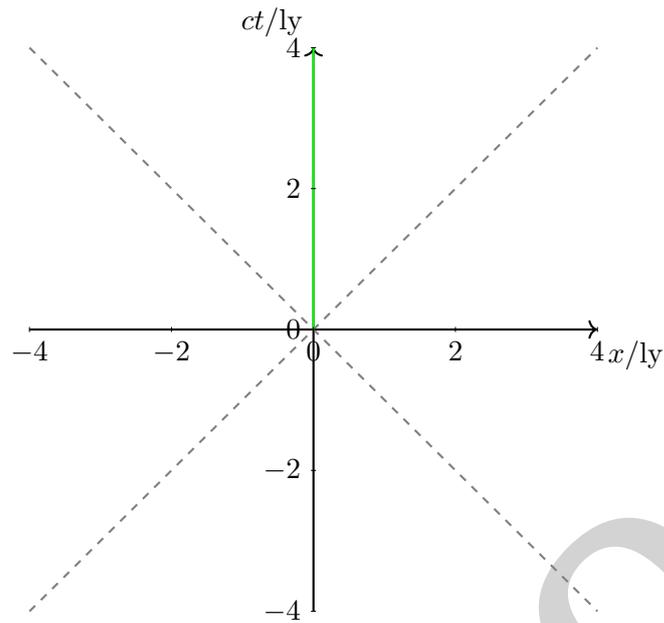


0.5 points for each line.

1

ii. Alice et Bob sont sœur jumelle et frère jumeau. À leur vingtième anniversaire, Alice décide de prendre une fusée et de voyager jusqu'à une étoile située à $x_1 = 1$ ly (année-lumière) à la vitesse $v = \frac{c}{2}$ puis, une fois l'étoile atteinte, de revenir sur Terre à la même vitesse en direction opposée. Bob, lui, reste sur Terre en attendant le retour de sa jumelle. Regardons comment la dilatation du temps influence le vieillissement d'Alice et celui de Bob. Pour ce faire, commencez par dessiner la trajectoire de Bob du temps $t_0 = 0$ au temps t_2 (le temps où Alice et Bob se retrouvent) alors qu'il reste à la position $x = 0$ durant tout le voyage.

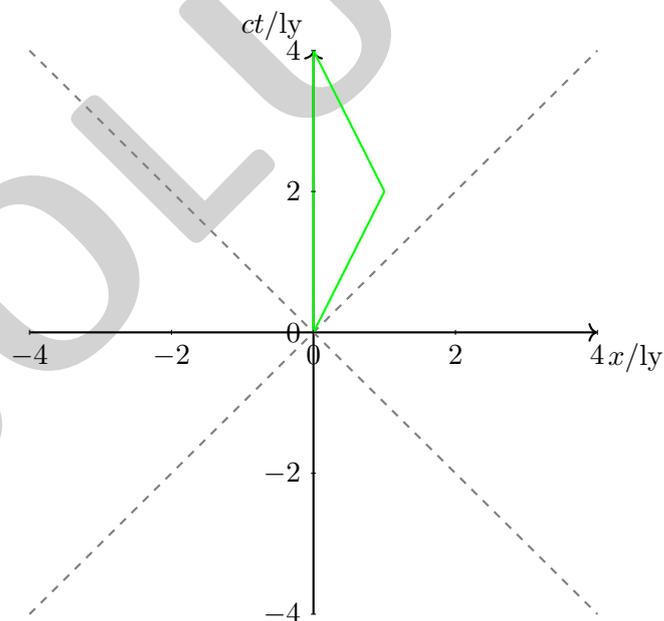
0.5



0.5

iii. Dessinez sur le même diagramme la trajectoire d'Alice. Nous associons le temps de coordonnées t_1 à l'évènement d'Alice atteignant l'étoile et changeant de direction.

1



0.5 points for each segment.

1

Partie B. Dilatation du temps

3.5

Vous pourriez avoir entendu que dans la relativité restreinte, la dilatation du temps se produit lorsqu'un système se déplace par rapport à un autre. De façon naïve, Bob qui reste sur Terre pourrait s'attendre à ce qu'Alice soit plus jeune que lui au temps t_2 , puisque de son point de vue, Alice s'est déplacée et a donc subi la dilatation du temps. Toutefois, Alice pourrait observer le mouvement de Bob de son point de vue et, par le même raisonnement, elle penserait que Bob serait plus jeune lors de leurs retrouvailles. C'est le paradoxe des jumeaux. Le but de cette partie est de résoudre ce paradoxe.

i. Exprimez la différence de temps propre au carré $(\Delta\tau)^2$ en fonction de Δt et Δx . Cette expression peut être vue comme le théorème de Pythagore dans l'espace-temps. Le temps propre d'un système désigne le temps tel qu'il est mesuré dans ledit système.

0.5

We have $(\Delta\tau)^2 = (\Delta t)^2 - \frac{(\Delta x)^2}{c^2}$.

0.5

ii. Calculez combien de temps a passé pour Bob lorsqu'il retrouve Alice à son retour de voyage.

Indice : votre diagramme pourrait vous aider à résoudre ce problème géométriquement.

0.5

As Alice has speed $c/2$ and does a round trip to a star 1 ly away, we have $t_2 = 4$ a. As for Bob $\Delta x = 0$, we obtain $\Delta\tau_B = 4$ a.

0.5

iii. Calculez combien de temps a passé pour Alice durant l'entier de son voyage.

1.5

The situation for Alice is different, as she gets into another inertial frame after turning around. One thus has to add the contributions to proper time of the two parts of her trip separately.

0.5

One thus gets $\Delta\tau_A = \Delta\tau_1 + \Delta\tau_2$, where $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2 = \sqrt{(\frac{t_2}{2})^2 - x_1^2/c^2} = 3$ a such that $\Delta\tau_A = 2\sqrt{3}$ a ≈ 3.5 a.

1

iv. Décrivez qualitativement la différence physique entre Alice et Bob qui explique votre résultat aux deux questions précédentes.

1

The main difference is that while Bob remains an inertial observer, Alice jumps from one inertial frame to another at the moment she turns around.

1

Partie C. La perspective d'Alice

5.5

Essayons d'approfondir notre compréhension de la situation en considérant les coordonnées d'Alice.

i. Dans ce qui précède, nous avons implicitement considéré le système de coordonnées de Bob (ct, x) . Exprimez le système de coordonnées d'Alice (ct', x') en fonction de $t, x, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ et $\beta = v/c$.

1

The Lorentz transformation is given by (0.5 points for each coordinate)

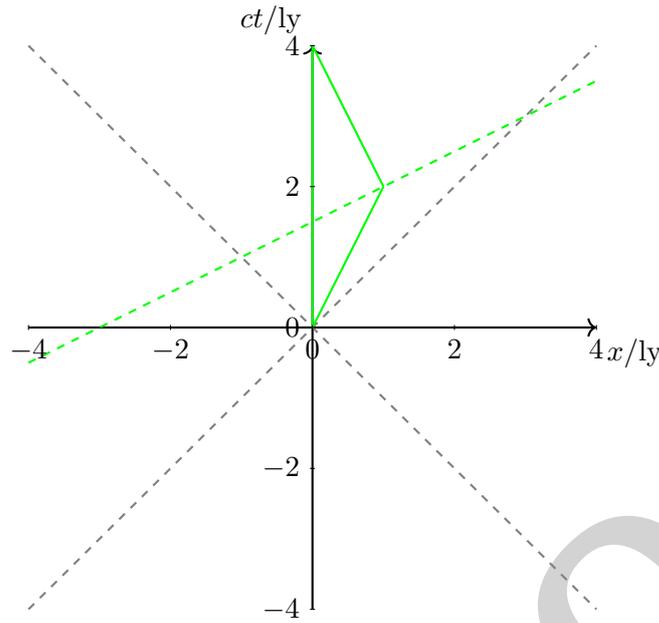
$$\begin{cases} ct' = \gamma ct - \beta\gamma x \\ x' = -\beta\gamma ct + \gamma x \end{cases}$$

1

ii. Dessinez sur votre diagramme la ligne de simultanéité pour Alice lorsqu'elle atteint l'étoile, c'est-à-dire la ligne avec $t' = \text{const.}$ qui passe par l'évènement d'Alice atteignant l'étoile. Déterminez l'âge de Bob du point de vue d'Alice lorsqu'elle atteint l'étoile.

2

Isolating t in the Lorentz transformation, one sees that the coefficient of x is $\beta = 1/2$. Thus, we want to draw the line with slope 1/2 passing through (1 ly, 2 ly).



1

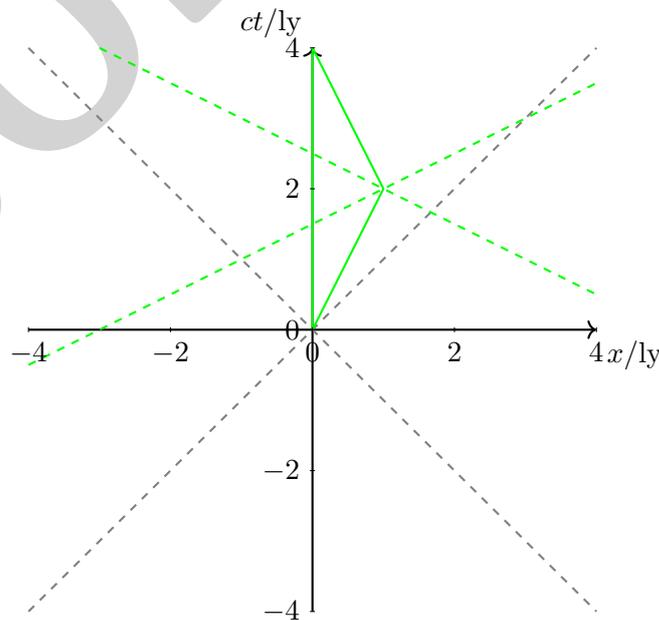
The intersection with the ct -axis is given by $t = 1.5 \text{ ly}$, so Bob would be 21.5 a old as Alice reaches the star, according to Alice.

1

iii. Appelons (ct'', x'') le système de coordonnées d'Alice après qu'elle a inversé sa vitesse. Dessinez sur votre diagramme la ligne de simultanéité pour Alice juste après qu'elle a changé de direction. Déterminez à l'aide de votre diagramme l'âge de Bob du point de vue d'Alice juste après son virage.

Indice : quelle est votre attente concernant la pente de la ligne de simultanéité dans le référentiel (t'', x'') par rapport à celle dans le référentiel (t', x') ?

1.5



0.5

The result can be seen on the diagram by noticing that the slope in the second inertial frame is opposite to the one in the first one because the velocity is opposite. Then, one can see from the diagram that

$$t_{B''} = t_1 + (t_1 - t_{B'}) = 2t_1 - t_{B'} = 2.5 \text{ ly.}$$

Thus, just after Alice turns around, Bob would be 22.5 years old.

1

iv. Comparez votre résultat à celui juste avant d’atteindre l’étoile. Vous attendiez-vous à ce résultat ? Pourquoi ?

1

From the point of view of Alice, once she changes her velocity, the age of Bob in her system of coordinates increases by one year almost "instantly". This is very counter-intuitive from a classical mechanics point of view, but we know from the previous section that something "special" happens because Alice changes her direction. This is reflected in this last (maybe surprising) result.

1

Partie D. Effet Doppler

4.5

Supposons maintenant qu’Alice a dit à Bob qu’elle pointerait un faisceau lumineux de longueur d’onde $\lambda = 500 \text{ nm}$ en direction de la Terre durant tout son voyage.

i. Calculez la longueur d’onde du signal envoyé par Alice avant qu’elle n’atteigne l’étoile, telle qu’observée par Bob.

1

The relativistic Doppler effect can be written as

$$\lambda_{obs} = \lambda_{em} \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

where $v > 0$ for the emitter getting further away from the observer, such that we get $\lambda_{obs} = 500 \text{ nm} \cdot \sqrt{3} \approx 866 \text{ nm}$.

Correct formula.

0.5

Numerical result.

0.5

ii. Calculez la longueur d’onde du signal envoyé par Alice après qu’elle a changé de direction, telle qu’observée par Bob.

0.5

Using the same formula as before, but with a reversed sign, we obtain $\lambda_{obs} = 500 \text{ nm} / \sqrt{3} \approx 289 \text{ nm}$.

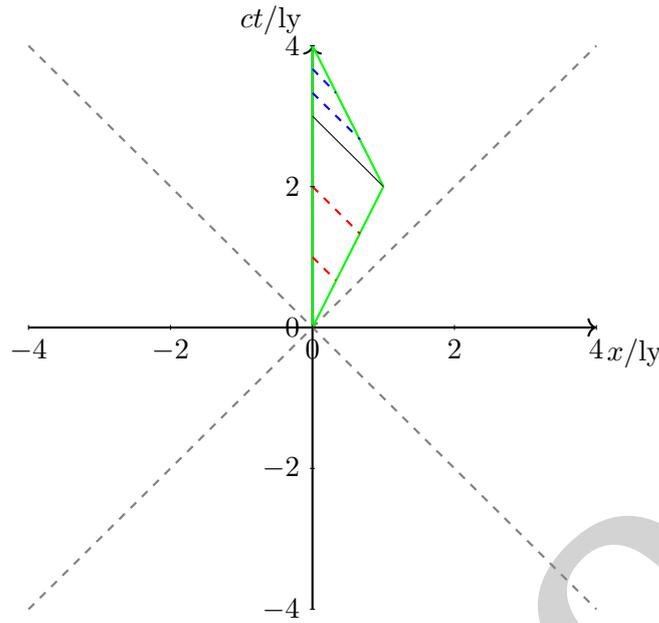
0.5

iii. Déterminez le temps t_c auquel Bob observe un changement de couleur du signal.

Indice : votre diagramme pourrait vous être utile.

1

Graphically, one can draw a line with slope -1 starting at the event where Alice reaches the star, and find the intersection with the ct -axis. One finds $t_c = 3 \text{ a}$ (see black line in the following diagram (the participants are not asked to draw this)).



Line with slope -1.

0.5

Correct numerical answer.

0.5

iv. Comment Bob peut-il utiliser sa mesure de t_c et des longueurs d'onde avant et après le changement pour prédire l'âge d'Alice lorsqu'elle revient sur Terre? Comparez votre résultat à celui obtenu précédemment.

2

Bob measured t_c as well as the wavelength of the beam before and after the change in wavelength. Comparing these wavelengths with the original wavelength of 500 nm, he can deduce how fast time passes for Alice for both cases of redshift and blueshift. In the first 3 years, we have $\lambda_{\text{obs}}/\lambda_{\text{em}} = \sqrt{3}$ and in the last year, we have $\lambda_{\text{obs}}/\lambda_{\text{em}} = 1/\sqrt{3}$, so one can compute (using that the wavelength is proportional to the period)

$$\Delta\tau_A = 3/\sqrt{3}a + 1\sqrt{3}a = 2\sqrt{3}a \approx 3.5 a.$$

This is the same result as before. Alice would thus come back as a 23.5 a old.

2

Problème long 1.2 : Ballon

16

Le but de ce problème est de calculer l'altitude de vol d'un ballon météo rempli d'hélium. Pour ce faire, nous nous intéressons tout d'abord à la physique de l'atmosphère. Supposez que cette dernière est constituée d'azote pur ^{14}N , qui peut être considéré comme un gaz parfait de molécules d'azote N_2 .

Partie A. Modèle atmosphérique

6.5

i. Quelles forces sont pertinentes pour la description d'une colonne d'air statique ?

1

The weight and the force caused by the gas pressure always apply. (0.5 points each)

1

ii. Supposez que nous avons une évolution de la température $T(z)$ dans l'atmosphère. Utilisez maintenant la loi des gaz parfaits pour trouver une équation différentielle pour la masse volumique ρ .

3.5

We start with the hydrostatic pressure on an air parcel of height Δz

$$\Delta z \rho g = -\Delta p.$$

0.5

For an infinitesimal small height Δz we get

$$\rho g = -\frac{\partial p}{\partial z}.$$

0.5

The ideal gas law allows to express the pressure in dependence of ρ : $p = \frac{\rho RT}{m}$, where m is the molar mass of the gas.

1

We use the product rule to get an expression for p

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{RT}{m} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\rho R}{m}.$$

1

We get the differential equation

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + \left(\frac{mg}{RT} + \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \rho = 0.$$

0.5

iii. Nous supposons que l'évolution de température peut être décrite par la fonction $T(z) = T_0 (1 + \alpha z)$, où T_0 est la température au niveau de la mer $z = 0$. Résolvez l'équation différentielle à l'aide de l'ansatz

$$\rho(z) = A(1 + \alpha z)^{-B}$$

et déterminez les constantes A et B en fonction de ρ_0 (masse volumique au niveau de la mer), T_0 , la masse molaire m et α .

2

We plug in the Ansatz into the differential equation

$$-AB\alpha(1 + \alpha z)^{-B-1} + \left(\frac{mg}{R} + T_0\alpha \right) A \frac{(1 + \alpha z)^{-B-1}}{T_0} = 0,$$

which gives

$$-B\alpha + \left(\frac{mg}{RT_0} + \alpha \right) = 0.$$

1

This means $B = \left(\frac{mg}{R\alpha T_0} + 1 \right)$.

0.5

The constant $A = \rho_0$ is obtained from the initial condition at $z = 0$.

0.5

Partie B. Ascension

9.5

Supposez maintenant que nous nous trouvons au niveau de la mer $z = 0$. Supposez que la pression de l'air est de 1.0 bar et qu'il fait un agréable 25°C . Nous pompions de l'hélium ^4He dans un ballon de masse nette 3.0 g, jusqu'à ce qu'il atteigne un volume de 5.0 L. Cela provoque une surpression de 5000 Pa dans le ballon. Nous supposons que la surpression reste constante durant l'ascension. Vous pouvez également supposer que l'hélium est un gaz parfait.

i. Calculez la masse volumique de l'air au niveau de la mer et donnez le résultat en $\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$.

1

We get, using the ideal gas equation,

$$\rho = \frac{pm}{RT} = 1130 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}.$$

(0.5 points for equation, 0.5 for correct numerical value)

1

ii. Décrivez en quelques mots pourquoi l'hélium en tant que gaz idéal a une masse volumique plus petite que l'azote. Quel paramètre est décisif?

1

Because both are ideal gases, they have the same molar density. The difference lies in the molar mass.

1

iii. Quelles sont la masse du ballon et la force qui s'applique sur lui au niveau de la mer? Donnez la formule ainsi que la valeur numérique. Supposez ici et pour ce qui suit que l'hélium dans le ballon a toujours la même température que l'azote de l'atmosphère environnante.

2.5

We have $M_{\text{balloon}} = M_{\text{He}} + M_{\text{rubber}} = \frac{(p_0 + \Delta p)m_{\text{He}}}{RT}V + M_{\text{rubber}} = 3.8 \text{ g}$. (0.5 points for equation, 0.5 for correct numerical value)

1

The displaced gas has a mass of $M_{\text{gas}} = \frac{p_0 m_{\text{N}}}{RT}V = 5.6 \text{ g}$. (Numerical value not needed)

0.5

The buoyancy applied on the balloon is therefore $(M_{\text{gas}} - M_{\text{balloon}})g = 0.018 \text{ N}$. (0.5 points for equation, 0.5 for correct numerical value)

1

iv. Calculez maintenant l'altitude que le ballon peut atteindre. Utilisez pour ce faire $\alpha = -0.017 \text{ km}^{-1}$.

4

At the maximal height the mass of the displaced gas is equal to the mass of the balloon, which doesn't change during flight.

$$M_{\text{gas}}(z) = M_{\text{balloon}}.$$

0.5

The mass of the displaced nitrogen at height z is

$$M_{\text{gas}}(z) = \frac{p_{\text{N}}(z) m_{\text{N}}}{RT}V.$$

0.5

The volume and temperature is the same as for the helium inside the ballon, meaning by the ideal gas law

$$\frac{n_{\text{He}}}{(p(z) + \Delta p)} = \frac{V}{RT}.$$

And we obtain

$$M_{\text{gas}}(z) = \frac{p(z) m_{\text{N}} n_{\text{He}}}{p(z) + \Delta p}.$$

0.5

The equilibrium equation can now be solved for $p(z)$

$$p(z) = \frac{M_{\text{balloon}} \Delta p}{m_{\text{N}} n_{\text{He}} - M_{\text{balloon}}}.$$

0.5

Note that we can express $m_{\text{N}} n_{\text{He}}$ as

$$m_{\text{N}} n_{\text{He}} = m_{\text{N}} n_{\text{N}}(0) \frac{p(0) + \Delta p}{p(0)} = M_{\text{gas}}(0) \frac{p(0) + \Delta p}{p(0)}.$$

The pressure on height z can be obtained by integration

$$p(z) = p_0 (1 + \alpha z)^{-\frac{m_{\text{N}} g}{R \alpha T_0}}.$$

1

Solving for height H gives

$$H = \left(\left(\frac{\Delta p}{p_0} \frac{M_{\text{balloon}}}{m_{\text{N}} n_{\text{He}} - M_{\text{balloon}}} \right)^{-\frac{R \alpha T_0}{m_{\text{N}} g}} - 1 \right) \frac{1}{\alpha} = 18 \text{ km.}$$

(0.5 points for equation, 0.5 for correct numerical value)

1

v. Même si la surpression au niveau de la mer est faible, elle revêt tout de même une grande importance. Jusqu'à quelle altitude le ballon pourrait-il théoriquement voler, si l'on ne tient pas compte de la surpression ? Une explication brève sans calcul suffit.

1

Because both helium and nitrogen are ideal gases, they behave identically. This means in particular that they expand the same. The nitrogen displaced by the balloon therefore always weighs the same, whether at sea level or in the upper atmosphere. The balloon theoretically rises infinitely high.

1

Problème long 1.3 : Mission Jupiter de l’OSA

16

L’OSA (Olympiad Space Agency) veut lancer sa première mission interplanétaire. Pour cela, elle a besoin de calculs préliminaires pour s’assurer du succès de la mission.

Partie A. Dynamique céleste

1.5

Le comité de mission de l’OSA a décidé que Jupiter sera la destination de leur sonde. On a besoin que vous calculiez quelques propriétés de leur destination.

i. Étant donné la durée d’une année sur Jupiter ($T_{\text{Jupiter}} = 4333 \text{ d}$) et les masses du système Jupiter-Soleil,

$$m_{\text{Jupiter}} = 1.899 \times 10^{27} \text{ kg},$$

$$M_{\text{Sun}} = 1.9884 \times 10^{30} \text{ kg},$$

calculez le rayon R_{Jupiter} de l’orbite de Jupiter. Vous pouvez supposer que le Soleil est beaucoup plus lourd que Jupiter et que les orbites sont circulaires.

1.5

Assuming that Jupiter’s orbit around the Sun is circular, the semi-major and semi-minor axes of the “degenerate” elliptical trajectory would coincide with the radius R_{Jupiter} of the corresponding circular trajectory.

Using the 3rd Kepler’s law $\frac{R_{\text{Jupiter}}^3}{T_{\text{Jupiter}}^2} = \frac{G(M_{\text{Sun}}+m_{\text{Jupiter}})}{4\pi^2} \approx \frac{GM_{\text{Sun}}}{4\pi^2}$ or alternatively by considering the equilibrium between centrifugal and gravitational forces,

$$\frac{mv^2}{R_{\text{Jupiter}}} = \frac{GMm}{R_{\text{Jupiter}}^2}$$

with the velocity v of an object in nearly circular orbit, that can be approximated as

$$v = \frac{2\pi R_{\text{Jupiter}}}{T},$$

0.5

we get:

$$R_{\text{Jupiter}} = \sqrt[3]{\frac{GM_{\text{Sun}}T_{\text{Jupiter}}^2}{4\pi^2}}.$$

0.5

The numerical value is

$$R_{\text{Jupiter}} = 7.78 \times 10^{11} \text{ m} = 7.78 \times 10^8 \text{ km}.$$

0.5

Partie B. Marées solaires sur Jupiter

4

Des scientifiques de l’OSA ont postulé l’existence de marées sur Jupiter, qui, selon elles et eux, pourraient mener à des baisses drastiques de la précision des horoscopes basés sur Jupiter. Pour vérifier (ou infirmer) cette hypothèse, on vous demande de faire quelques calculs.

i. Calculez la gravité de surface de Jupiter (en supposant pour l’instant que la gravité d’autres corps et la rotation autour du Soleil n’ont pas d’effet). Soit $r_{\text{Jupiter}} = 69\,911 \text{ km}$ le rayon de Jupiter. Vous pouvez supposer que Jupiter est une sphère parfaite.

1

According to the 2nd Newton's law, mass times acceleration is equal to the sum of all the forces:

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i.$$

0.25

We assumed that only the gravitational pull has an effect and therefore:

$$ma = G \frac{mm_{\text{Jupiter}}}{r_{\text{Jupiter}}^2}$$

0.5

and find:

$$a_g = G \frac{m_{\text{Jupiter}}}{r^2} = 25.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

0.25

ii. **Considérez maintenant un référentiel en rotation avec Jupiter autour du Soleil. Calculez l'accélération totale sur le côté de Jupiter faisant face au Soleil dans ce référentiel en négligeant l'attraction gravitationnelle de Jupiter elle-même. Faites de même pour la face cachée.**

2

The gravitational pull of the Sun and the centrifugal force have the same direction but opposite signs, so that by Newton's law the magnitude of the resulting acceleration is given by

$$a_{\text{tot}} = -\frac{GM_{\text{Sun}}}{R^2} + \omega^2 R$$

with $\omega = 2\pi R/T$. (0.5 points for each contribution)

1

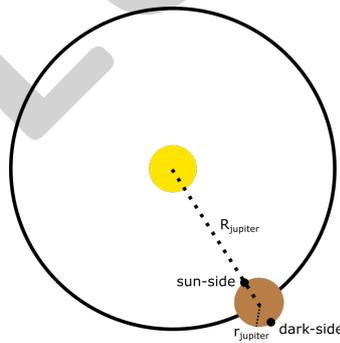


Figure B.1: Sketch

As it is clear from a sketch of Jupiter's orbit, and assuming that Jupiter's orbit around the Sun is circular and that both Jupiter and the Sun are perfect spheres, we have that

$$R_{\text{Sun}} = R_{\text{Jupiter}} - r_{\text{Jupiter}},$$

$$R_{\text{dark}} = R_{\text{Jupiter}} + r_{\text{Jupiter}},$$

0.5

giving an acceleration of

$$a_{\text{tot, Sun}} = 5.909 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

$$a_{\text{tot, dark}} = -5.908 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

(0.25 points for each correct numerical result)

0.5

iii. Expliquez comment les calculs ci-dessus montrent l'existence de marées (solaires) sur Jupiter. Pensez-vous que cet effet est perceptible à la surface de Jupiter ?

1

At the center of Jupiter this acceleration is zero (condition for a stable orbit). Therefore we have a difference in acceleration between the center and the Sun/dark points causes a slight relative upwards acceleration (of about the same magnitude on both the Sun and the dark side) as compared to points located on the orbit.

0.5

This could cause slight tides to form, but the effect is very weak, so we probably couldn't notice it on the surface of Jupiter.

0.5

Partie C. JWST 2.0

3.5

Des scientifiques de l'OSA veulent construire un télescope spatial qui soit protégé du rayonnement solaire par Jupiter. Pour cela, on va placer le télescope au point dit de Lagrange 2 (L2).

i. Les points de Lagrange sont des points dans un système à deux corps (dans ce cas Jupiter et le Soleil), où la force résultante agissant sur un troisième corps est nulle dans le référentiel en rotation. Expliquez qualitativement pourquoi de tels points peuvent exister.

0.5

Consider the reference frame rotating with Jupiter around the Sun as in part B. The centrifugal force increases as we travel outwards from Jupiter, while gravity increases in the opposite direction. Thus there is a point where both need to be equal, which results in (some of) the Lagrange points.

0.5

ii. En utilisant la question à propos des marées, écrivez une équation pour l'accélération nette subie par un corps placé à une distance d derrière (du côté de la face cachée de) Jupiter dans le référentiel en rotation. Quelles conditions doivent s'appliquer aux points de Lagrange ? Vous n'avez pas besoin de résoudre cette équation.

1

The acceleration is due to three forces:

1. Jupiter's gravity: $\frac{Gm_{\text{Jupiter}}}{d^2}$,
2. the Sun's gravity: $\frac{GM_{\text{Sun}}}{(d+R_{\text{Jupiter}})^2}$,
3. the centrifugal acceleration: $-\omega^2 (d + R_{\text{Jupiter}})$.

We can use Newton's law as in part B to get the acceleration

$$a = \frac{Gm_{\text{Jupiter}}}{d^2} + \frac{GM_{\text{Sun}}}{(d + R_{\text{Jupiter}})^2} - \omega^2 (d + R_{\text{Jupiter}}).$$

(If the centrifugal force and gravity of Jupiter are stated here but not in Bii., the points might be awarded in Bii.)

0.5

The total acceleration (in the rotating frame of reference) needs to be zero. 0.5

iii. Expliquez pourquoi typiquement aucun astéroïde ne se trouve à L2. Montrez cela explicitement à l'aide de vos résultats précédents. 2

This question is asking for the stability of the L2 point. For this we need to check if some small perturbation, which displaces the asteroid by Δd away from the L2 point, accelerates the asteroid away from the L2 point. Therefore we plug $d + \Delta d$ into the formula for the acceleration

$$a' = \frac{Gm_{\text{Jupiter}}}{(d + \Delta d)^2} + \frac{GM_{\text{Sun}}}{(d + R_{\text{Jupiter}} + \Delta d)^2} - \omega^2 (d + R_{\text{Jupiter}} + \Delta d).$$

0.5

The first two terms get smaller as Δd increases. So does the last term due to the minus sign. In total we get $a' < 0$, which corresponds to an acceleration away from Jupiter. 0.5

The first two terms get larger as Δd decreases. So does the last term due to the minus sign. In total we get $a' > 0$, which corresponds to an acceleration towards Jupiter. 0.5

Thus this point is unstable. 0.5

Partie D. Le voyage vers Jupiter 7

Grâce à vos calculs, l'OSA est désormais confiante qu'elle est capable de placer un satellite à l'endroit souhaité. Maintenant, elle a « seulement » besoin de l'amener sur place. Pour ce faire, les scientifiques de l'OSA ont proposé la trajectoire en plusieurs étapes suivante.

1. Quitter l'influence gravitationnelle de la Terre en voyageant le long de l'orbite terrestre, jusqu'à ce que nous soyons en orbite circulaire autour du Soleil.
2. En utilisant une forte combustion, changer notre orbite pour qu'elle soit si elliptique que le point le plus éloigné de l'ellipse atteigne l'orbite de Jupiter.
3. En atteignant l'orbite de Jupiter, accélérer à nouveau rapidement pour corriger l'orbite en l'orbite circulaire de Jupiter.

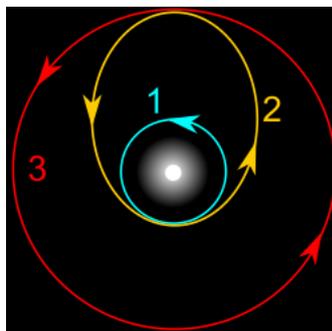


Figure D.1: La trajectoire prévue

i. Calculez la vitesse minimale v_{escape} nécessaire pour quitter le champ d'influence gravitationnelle de la Terre (la vitesse à laquelle un objet se déplaçant radialement vers l'extérieur ne retombera jamais sur Terre). Vous pouvez négliger tous les autres corps planétaires. Vous pouvez négliger la rotation de la Terre. $r_{\text{Earth}} = 6371 \text{ km}$, $R_{\text{Earth}} = 1.496 \times 10^8 \text{ km}$, $m_{\text{Earth}} = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$. Nous lancerons le satellite à l'aide d'une fusée Atlas V qui pèse, en incluant le carburant, $m_{\text{rocket}} = 587 \text{ t}$ au départ.

1

In order to escape the Earth's gravitational field, the potential barrier needs to be overcome, meaning that the initial kinetic energy has to be equal to the potential energy on the Earth's surface.

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$$

0.25

Under the assumption that we neglect the Earth's rotation the only contribution to the kinetic energy comes from v_{escape} and neglecting all the other bodies gravitational influence only the potential of the Earth has to be considered meaning

$$\frac{1}{2}mv_{\text{escape}}^2 = \frac{Gmm_{\text{Earth}}}{r_{\text{Earth}}}$$

0.25

Solving for v_{escape} :

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2Gm_{\text{Earth}}}{r_{\text{Earth}}}} = 11.19 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

0.5

ii. Nous supposons maintenant que nous sommes en orbite autour du Soleil. Calculez le changement (instantané) de vitesse nécessaire pour passer à l'orbite de transfert.

Indice : utilisez la conservation de l'énergie et du moment cinétique.

3.5

We want to calculate the velocity v_1 needed at the closest point to the Sun R_{Earth} to reach Jupiter's orbit at R_{Jupiter} . Energy and angular momentum are conserved at every point on the trajectory.

The total energy consists of kinetic and potential energy and energy conservation reads as

$$E = \frac{m_{\text{rocket}}v_1^2}{2} - \frac{GM_{\text{Sun}}m_{\text{rocket}}}{R_{\text{Earth}}} = \frac{m_{\text{rocket}}v_2^2}{2} - \frac{GM_{\text{Sun}}m_{\text{rocket}}}{R_{\text{Jupiter}}},$$

where v_2 is the velocity at the point farthest away.

1

To calculate the angular momentum, we use as a reference point the position of the Sun and see that the position vectors \vec{R}_{Earth} and \vec{r}_{Jupiter} are perpendicular to the instantaneous velocities at these points. Therefore the angular momentum conservation reads as

$$L = m_{\text{rocket}}v_1R_{\text{Earth}} = m_{\text{rocket}}v_2R_{\text{Jupiter}}.$$

1

We can solve for v_1 :

$$v_1 = \sqrt{GM_{\text{Sun}} \frac{2R_{\text{Jupiter}}}{R_{\text{Earth}}(R_{\text{Jupiter}} + R_{\text{Earth}})}}.$$

0.5

Since we were on an orbit around the Sun the initial velocity was (see Ai.)

$$v_{\text{init}} = \sqrt{\frac{GM_{\text{Sun}}}{R_{\text{Earth}}}}$$

0.5

Therefore, you can calculate the difference

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{GM_{\text{Sun}}}{R_{\text{Earth}}}} \left(\sqrt{\frac{2R_{\text{Jupiter}}}{R_{\text{Earth}} + R_{\text{Jupiter}}}} - 1 \right),$$

$$\Delta v_1 = 8791 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

0.5

iii. Calculez le changement de vitesse pour passer à l'orbite de Jupiter (vous pouvez ignorer l'attraction gravitationnelle de Jupiter).

1

Analogous considerations as above lead to

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{GM_{\text{Sun}}}{R_{\text{Jupiter}}}} \left(1 - \sqrt{\frac{2R_{\text{Earth}}}{R_{\text{Earth}} + R_{\text{Jupiter}}}} \right) = 5643 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

(points for reasoning and formulas can be awarded in D ii.)

1

iv. En utilisant la densité d'énergie du carburant de fusée ($50 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$), calculez la quantité de carburant nécessaire pour accomplir toutes les trois manœuvres. Supposez que la masse de la fusée (y compris le carburant) reste constante. Cette supposition est-elle justifiée ?

1.5

The energy needed for all the three stages is equal to the change in kinetic energy.

$$E_1 = \frac{1}{2} m_{\text{rocket}} v_{\text{escape}}^2$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m_{\text{rocket}} (v_{\text{init}} + \Delta v_1)^2 - \frac{1}{2} m v_{\text{init}}^2$$

$$E_3 = \frac{1}{2} m_{\text{rocket}} (v_{\text{final}} + \Delta v_2)^2 - \frac{1}{2} m v_{\text{final}}^2$$

0.5

To get the mass of the fuel needed we divide the total energy $E_{\text{tot}} = E_1 + E_2 + E_3$ by the energy density ε

$$m_{\text{fuel}} = \frac{E_{\text{tot}}}{\varepsilon},$$

0.5

which amounts to 4600 t.

0.25

This is about eight times the weight of the rocket. We see instantly that the assumption that the weight does not change was invalid.

0.25



**PHYSICS.
OLYMPIAD.CH**

PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Olympiades de Physique

Tour final

18 - 19 mars 2023

Partie 2 : 1 expérience

Durée : 90 minutes

Total : 24 points

Moyens autorisés : Calculatrice sans base de données

Matériel pour écrire et dessiner

Bonne chance !

Supported by :

-  Staatssekretariat für Bildung, Forschung und Innovation
-  Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
-  EMPA - Materials Science & Technology
-  EPFL - Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
-  ETH Zurich Department of Physics
-  Fondation Claude & Giuliana
-  ERNST GÖHNER STIFTUNG Ernst Göhner Stiftung, Zug
-  HASLERSTIFTUNG Hasler Stiftung, Bern
-  Metrohm Metrohm Stiftung, Herisau
-  Neue Kantonsschule Aarau
-  NOVARTIS Novartis
-  SATW Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
-  sc|nat Swiss Academy of Sciences
-  (SIPS) Swiss Physical Society
-  Università della Svizzera italiana
-  u^b Universität Bern FB Physik/Astronomie
-  Universität ZürichTM Universität Zürich FB Physik Mathematik

Constantes fondamentales

Fréquence hyperfine du césium	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^9$	s^{-1}
Vitesse de la lumière dans le vide	c	2.997 924 58	$\times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de Planck	h	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	e	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Constante de Boltzmann	k_{B}	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Constante d'Avogadro	N_{A}	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	mol^{-1}
Efficacité lumineuse d'un rayonnement	K_{cd}	6.83	$\times 10^2$	$\text{cd} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{sr}$
Constante magnétique	μ_0	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\text{A}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante électrique	ε_0	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4$
Constante des gaz	R	8.314 462 618...		$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\text{K}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
Constante gravitationnelle	G	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Masse de l'électron	m_{e}	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	kg
Masse du proton	m_{n}	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	kg
Masse du neutron	m_{p}	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	kg
Accélération normale de la pesanteur	g_{n}	9.806 65		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Expériences

Durée : 90 minutes

Cotation : 24 points

Expérience 2.1 : Déterminer le rayon (24 points)

Introduction

Dans cette tâche, nous voulons déterminer le rayon d'un segment de cylindre. Une grande partie du défi consiste à imaginer le dispositif expérimental. Toutefois, si vous n'avez pas d'idée sur la manière de le mesurer, deux indices sont à votre disposition. Contactez la personne de surveillance pour les obtenir. Le premier indice est un croquis de le dispositif expérimental et le deuxième une description plus détaillée avec formules. Attention : si vous avez besoin des indices, vous n'obtiendrez pas de points pour les sous-problèmes correspondants (pour le premier indice, vous n'obtiendrez pas les 5 points de la question A.i. et pour le deuxième, vous n'obtiendrez pas les 6 points de la question A.ii.). Vous ne pouvez obtenir le deuxième indice qu'après avoir reçu le premier.

De plus, seul le matériel mentionné ci-dessous peut être utilisé. Il est interdit d'utiliser une règle, une équerre, un compas ou tout autre instrument de mesure de longueur ! Les sous-problèmes pour lesquels un outil non autorisé a été utilisé seront notés zéro point. Les règles ne peuvent être utilisées que pour tracer des graphiques ou des descriptions d'expériences.

Matériel

- Segment de cylindre en bois avec un rayon R à déterminer, voir la figure Ma.1.
- Profilé en aluminium avec une longueur L et des marquages espacés de $L/10 \pm 0.0005L$. La masse du profilé en aluminium est (72.6 ± 0.1) g.
- Goniomètre (instrument de mesure des angles).
- Deux clous, (1.53 ± 0.03) g chacun.
- Ruban adhésif
- Ciseaux
- Bloc de bois

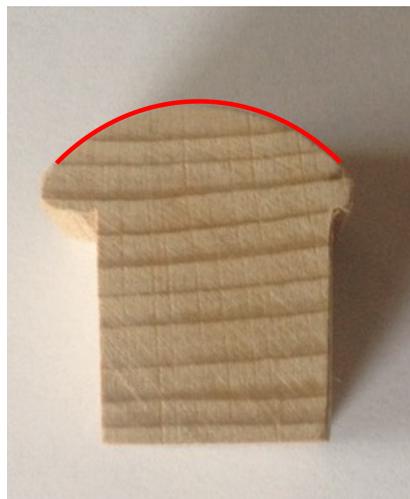


Figure Ma.1 : Segment de cylindre en bois, le rayon est constant le long de la ligne rouge et doit être mesuré à cet endroit.

Tâches

Déterminez le rayon R du segment de cylindre comme multiple de la longueur de la tige en aluminium L .

Partie A. Imaginer une expérience (11 points)

Dans cette première partie, il s'agit d'imaginer et de documenter le dispositif expérimental et d'élaborer la théorie. Si toutefois vous n'avez pas d'idée sur la manière de mesurer le rayon, deux conseils sont à votre disposition. Contactez la personne de surveillance pour les obtenir. Le premier conseil est un croquis du montage expérimental et le deuxième une description plus détaillée avec des formules. Attention : si vous avez besoin des indices, vous n'obtiendrez pas de points pour les sous-problèmes correspondants (pour le premier indice, vous n'obtiendrez pas les 5 points de la question A.i. et pour le deuxième, vous n'obtiendrez pas les 6 points de la question A.ii.). Vous ne pouvez obtenir le deuxième indice qu'après avoir reçu le premier.

- i. (5 pt)** Décrivez votre montage expérimental (avec croquis) et comment vous voulez mesurer le rayon R .
- ii. (6 pt)** Décrivez mathématiquement (avec des formules) comment vous allez déterminer le rayon à partir des grandeurs mesurées.

Partie B. Déterminer le rayon (13 points)

Nous voulons maintenant déterminer le rayon R du segment de cylindre en tant que multiple de L .

- i. (5 pt)** Effectuez la ou les mesure(s) pour déterminer R par rapport à la longueur de la barre d'aluminium L .
- ii. (4 pt)** Représentez le résultat graphiquement.
- iii. (4 pt)** Estimez la précision de mesure du rayon R en utilisant une analyse d'erreur appropriée.

Expériences : solutions

Expérience 2.1 : Déterminer le rayon

24

Introduction

Dans cette tâche, nous voulons déterminer le rayon d'un segment de cylindre. Une grande partie du défi consiste à imaginer le dispositif expérimental. Toutefois, si vous n'avez pas d'idée sur la manière de le mesurer, deux indices sont à votre disposition. Contactez la personne de surveillance pour les obtenir. Le premier indice est un croquis de le dispositif expérimental et le deuxième une description plus détaillée avec formules. Attention : si vous avez besoin des indices, vous n'obtiendrez pas de points pour les sous-problèmes correspondants (pour le premier indice, vous n'obtiendrez pas les 5 points de la question A.i. et pour le deuxième, vous n'obtiendrez pas les 6 points de la question A.ii.). Vous ne pouvez obtenir le deuxième indice qu'après avoir reçu le premier.

De plus, seul le matériel mentionné ci-dessous peut être utilisé. Il est interdit d'utiliser une règle, une équerre, un compas ou tout autre instrument de mesure de longueur ! Les sous-problèmes pour lesquels un outil non autorisé a été utilisé seront notés zéro point. Les règles ne peuvent être utilisées que pour tracer des graphiques ou des descriptions d'expériences.

Matériel

- Segment de cylindre en bois avec un rayon R à déterminer, voir la figure Ma.1.
- Profilé en aluminium avec une longueur L et des marquages espacés de $L/10 \pm 0.0005L$. La masse du profilé en aluminium est (72.6 ± 0.1) g.
- Goniomètre (instrument de mesure des angles).
- Deux clous, (1.53 ± 0.03) g chacun.
- Ruban adhésif
- Ciseaux
- Bloc de bois

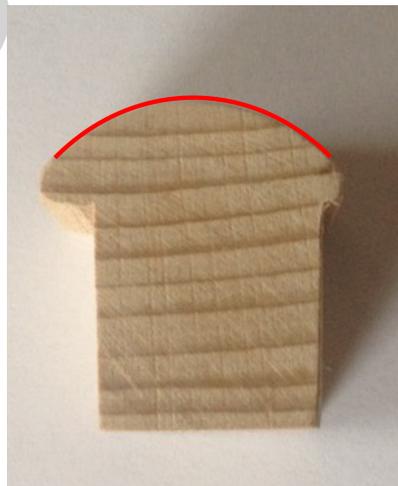


Figure Ma.1 : Segment de cylindre en bois, le rayon est constant le long de la ligne rouge et doit être mesuré à cet endroit.

Tâches

Déterminez le rayon R du segment de cylindre comme multiple de la longueur de la tige en aluminium L .

Partie A. Imaginer une expérience

11

Dans cette première partie, il s'agit d'imaginer et de documenter le dispositif expérimental et d'élaborer la théorie. Si toutefois vous n'avez pas d'idée sur la manière de mesurer le rayon, deux conseils sont à votre disposition. Contactez la personne de surveillance pour les obtenir. Le premier conseil est un croquis du montage expérimental et le deuxième une description plus détaillée avec des formules. Attention : si vous avez besoin des indices, vous n'obtiendrez pas de points pour les sous-problèmes correspondants (pour le premier indice, vous n'obtiendrez pas les 5 points de la question A.i. et pour le deuxième, vous n'obtiendrez pas les 6 points de la question A.ii.). Vous ne pouvez obtenir le deuxième indice qu'après avoir reçu le premier.

i. Décrivez votre montage expérimental (avec croquis) et comment vous voulez mesurer le rayon R .

5

The idea is to have a balance with the aluminium rod and have it balancing in equilibrium on the cylinder. Then by adding a bit of weight, the center of mass (CMS) shifts and the rod tilts a bit to the side by rolling by a distance s on the cylinder. Knowing the angle of this tilting α and comparing it with the shift of the CMS, we can conclude on the radius.

Note that some explanations or ideas might also appear in the next subtask, then the points are also given.

Idea of balance (give this points also if not explicitly stated but thought obvious)

2

Idea of shifting CMS (give this points also if not explicitly stated but thought obvious)

2

Clear drawing

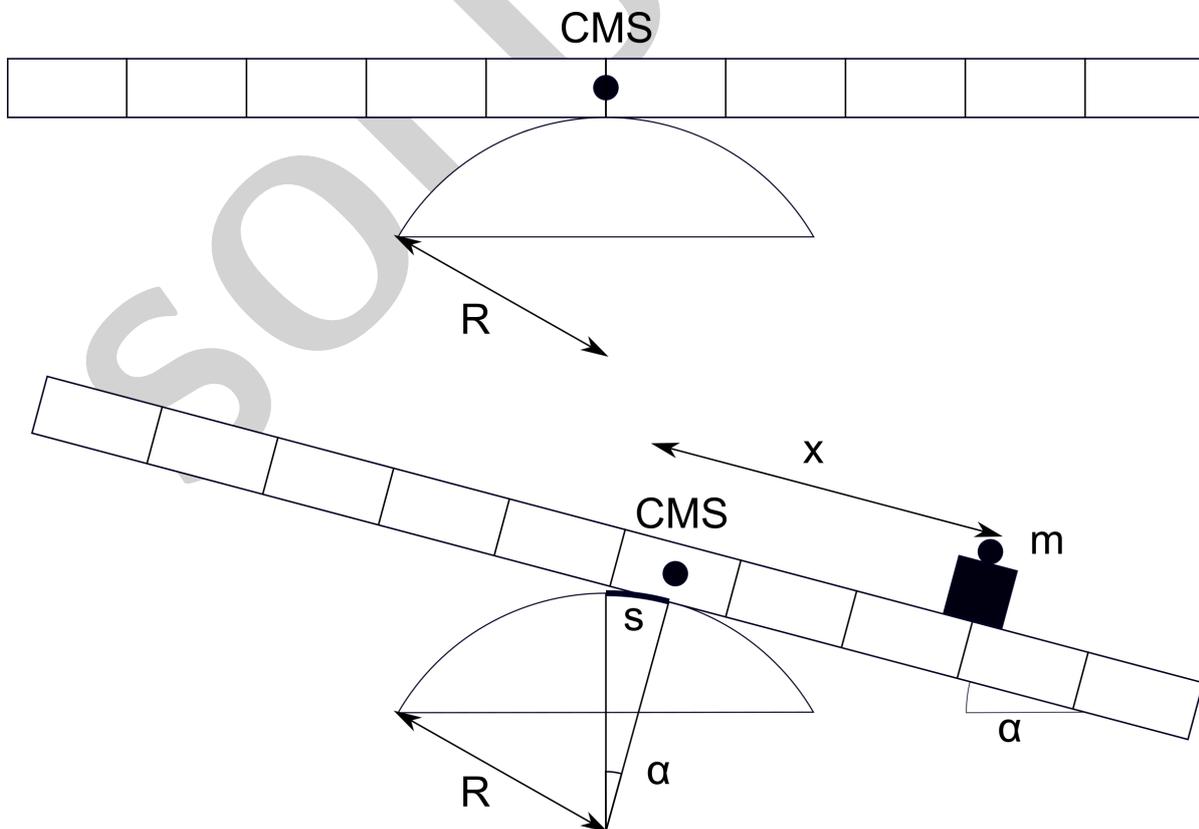


Figure A.1: Idea of how to measure the radius. Explanation see text, variables defined and used in next subtask.

Solution alternative : 1
(5)

A simpler, but potentially less precise approach involves measuring the length of the arc and the corresponding angle and then conclude on the radius.

Idea of measuring arc and angle. (1)

Clear drawing. (1)

Suggestions for increasing precision of measurement. (1)

Having a suggestion that does not include the construction of the center of the cylinder (due to the rather small segment provided by the mushroom-like wooden piece, the construction of the center is very imprecise). (2)

ii. Décrivez mathématiquement (avec des formules) comment vous allez déterminer le rayon à partir des grandeurs mesurées. 6

The idea is to have a balance with the aluminium rod and have it balancing in equilibrium on the cylinder. Then by adding a bit of weight, the center of mass (CMS) shifts and the rod tilts a bit to the side by rolling by a distance s on the cylinder. Knowing the angle of this tilting α and comparing it with the shift of the CMS, we can conclude on the radius. The overall function is (explanation see at point distribution, however, the final formula is not worth any points as such):

$$R = \frac{s}{\alpha} = \frac{xm}{(M+m)\alpha} \tag{A.2}$$

Note that some explanations, ideas might also appear in the previous subtask, then the points are also given.

CMS without additional mass is in middle of rod (give this points also if not explicitly stated but thought obvious) 1

When adding the small mass m at a distance x from the middle of the rod, the CMS moves by a distance $s = \frac{xm}{M+m}$ where M is the mass of the rod. If the approximation $M \ll m$ is made and correspondingly $s = \frac{xm}{M}$, only 1 point is given. 2

Measuring angle α 1

This distance s is connected with the tilting angle α as $s = R\alpha$ 1

Technical detail: either it is explicitly stated that the rod without additional mass m is set such that it is very well balanced or an initial tilt α_0 is measured and α is referenced to that value α_0 . This point is also given if it is stated in one of the next tasks. 1

Solution alternative : (6)

Continuing on the alternative approach measuring the arc and the corresponding angle (note, there are different possibilities):

Arc s and angle α are connected as $s = r\alpha$ (1)

Mention measure arc s and angle α (also give these points if obvious otherwise) (1)

Explanations on careful measurement (1)

Explanations on how to do the measurements without constructing the center of the arc. For example by not measuring the angle of the segment (corresponding to the arc) but measuring the angle of a side of the wooden cylinder with respect to some reference (e.g. the table). (3)

Partie B. Déterminer le rayon 13

Nous voulons maintenant déterminer le rayon R du segment de cylindre en tant que multiple de L .

i. Effectuez la ou les mesure(s) pour déterminer R par rapport à la longueur de la barre d'aluminium L . 5

The measurement as described above is performed now (for all the part B, the measurements are independent of the measurement method and the points distributed accordingly). If some points from the previous task get clarified, feel free to include it in the marking above.

The measurement should roughly look like (including an offset when there is no nail on the balance of 0.5°)

s/L	$\alpha/^\circ$	Nr nails	R/L	σ_R
-0.1	-2	1	0.059	0.019
-0.2	-4.5	1	0.053	0.008
-0.3	-6.5	1	0.055	0.006
-0.4	-8	1	0.059	0.005
0.1	1.5	1	0.079	0.031
0.2	3	1	0.079	0.015
0.3	5.5	1	0.065	0.007
0.4	7.5	1	0.063	0.005
0.1	3.5	2	0.066	0.016
-0.1	-4.5	2	0.051	0.012
0.2	7	2	0.055	0.006
-0.2	-8.5	2	0.066	0.008

Note that 2 nails can only be placed at the $s = 0.1L$ and $s = 0.2L$ The obtained mean is 0.062. For later, the expected error according to Gaussian error propagation is also included in this table.

Number of measurements/datapoints: 1 measurement: 0 pt, 2 or 3 measurements: 1 pt, 4 or more measurements: 2 pt 2

The exact value is $0.071L$. Give points if obtained value between 0.057 and 0.086 ($\pm 20\%$) 1

Value obtained by some kind of averaging (either averaging of individual values or trend line in graph). There are mainly two ways how to change the experimental parameters: The easier is to move the mass m

on the aluminium rod. The other method is to vary the weight m . Both are considered ok, nevertheless the second one is a bit trickier for later linearization. Note: Zero points if single measurement.

1

Values taken on both sides of the balance (i.e. at positive and negative s and correspondingly positive and negative α). This makes the evaluation more precise.

1

ii. Représentez le résultat graphiquement.

4

Graphical data representation. It is unimportant whether R for different measurements is plotted or a graph which connects α and s (most conclusive) or something else. Here the blue dots are the measurements with only one nail, which are also fitted. The orange dots are with two nails.

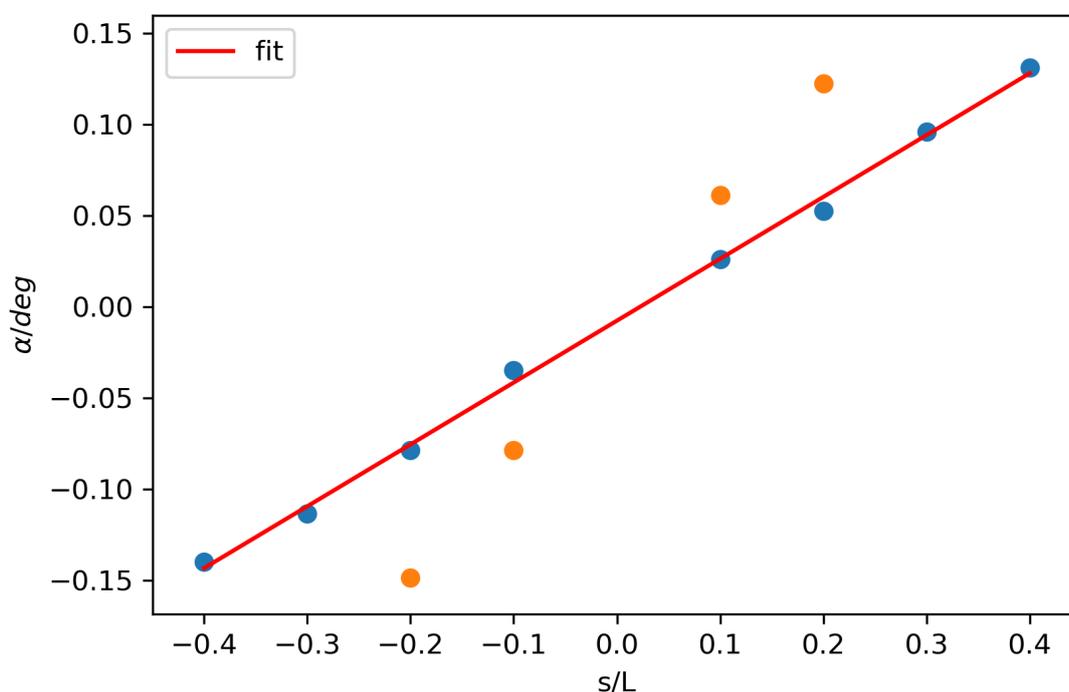


Figure B.1: visualized data.

Data correctly plotted

1

Graphic representation: axis labelled

0.5

Units and scale clear

0.5

Data points obvious (not connected with line)

1

Big graph

0.5

Axis drawn by ruler

0.5

iii. Estimez la précision de mesure du rayon R en utilisant une analyse d'erreur appropriée. 4

The actual estimation of the measuring error and also the method is not so important. However, it should be clear how the value is obtained and what enters the calculation.

If the error estimation is done graphically in a linearized data evaluation by roughly estimating the spread of the data: 3 pt (full points for the method, if clear how it was done). As mentioned earlier, there are basically two methods how to do a linearized data evaluation: either move the position of the additional weight m or change the weight, both are ok, for the equation, see (A.2).

The following scheme includes the point distribution for computing the standard deviation from computing R several times. For the method of Gaussian error propagation, see the alternative solution below.

Computing the standard deviation of the sample $\sigma = \sqrt{\sum_i (R_i - \bar{R})^2}$. 1

Note, this point can only be obtained if several datapoints are included in the error analysis.
Dividing the std by the square of the number of points 1

Somehow state that for small α the error is big and hence they dominate the estimated error. If anyway only big α are measured ($|\alpha| > 5^\circ$), this is not an issue and this point is given. 1

Obtained or guessed accuracy of about maximal 0.005 (if larger, the measurement is considered not to be done careful enough). From the measurement here, a value of 0.003 is obtained (including all datapoints). 1

Solution alternative : (4)

Reasonable error propagation (sum of absolute values or rms) for a single point. (1)

*Note, this point can only be obtained if several datapoints are included in the error analysis.
Error propagation for the average of the data points.* (1)

Error of α of $\pm 0.5^\circ$ considered. For the other variables (m, M, x) it is not necessary to include them as their error is negligible compared to error of α (however, also ok if taken into account). (1)

Obtained or guessed accuracy of about maximal 0.005 (if larger, the measurement is considered not to be done careful enough). (1)



**PHYSICS.
OLYMPIAD.CH**

PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Olympiades de Physique

Tour final

18 - 19 mars 2023

Partie 3 : 1 expérience

Durée : 90 minutes

Total : 24 points

Moyens autorisés : Calculatrice sans base de données

Matériel pour écrire et dessiner

Bonne chance !

Supported by :



Constantes fondamentales

Fréquence hyperfine du césium	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^9$	s^{-1}
Vitesse de la lumière dans le vide	c	2.997 924 58	$\times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de Planck	h	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	e	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Constante de Boltzmann	k_{B}	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Constante d'Avogadro	N_{A}	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	mol^{-1}
Efficacité lumineuse d'un rayonnement	K_{cd}	6.83	$\times 10^2$	$\text{cd} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{sr}$
Constante magnétique	μ_0	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\text{A}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante électrique	ε_0	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4$
Constante des gaz	R	8.314 462 618...		$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\text{K}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
Constante gravitationnelle	G	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Masse de l'électron	m_{e}	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	kg
Masse du proton	m_{n}	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	kg
Masse du neutron	m_{p}	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	kg
Accélération normale de la pesanteur	g_{n}	9.806 65		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Expériences

Durée : 90 minutes

Cotation : 24 points

Expérience 3.1 : Le transformateur réel (24 points)

Introduction

Dans ce problème, nous allons examiner le comportement d'un transformateur lorsqu'il doit fournir de la puissance à une charge.

Un transformateur se compose de deux bobines couplées entre elles par un noyau de fer commun (voir la figure In.2). Si l'on applique une tension alternative à l'une des bobines (bobine primaire), la tension alternative génère un champ magnétique variant dans le temps dans le noyau de fer, qui génère à son tour une tension dans l'autre bobine (bobine secondaire). La formule du transformateur idéal dit qu'entre le nombre de spires N_1 et N_2 des bobines primaire et secondaire et leurs tensions U_1 et U_2 , la relation suivante

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \text{const.}$$

s'applique. Il résulte alors de la conservation de l'énergie que pour les courants

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \text{const.}$$

Pour certains types de construction ainsi que pour les petits courants, ces formules sont toujours valables avec une bonne approximation. La validité de la formule dépend du fait que les bobines sont fortement couplées magnétiquement, c'est-à-dire que le champ magnétique généré par la bobine primaire continue de circuler à travers le noyau de fer et donc aussi à travers la colonne secondaire, ou qu'il cherche un "nouveau" chemin en dehors du noyau de fer. Ces "nouveaux" chemins sont appelés flux de fuite.

Nous voulons ici étudier le cas où les flux de fuite ne sont plus négligeables et où la formule ci-dessus n'est plus valable.

Pour comprendre et décrire plus précisément le transformateur, nous devons examiner de plus près les bobines. Selon la loi de l'induction, la tension U aux bornes de la bobine est proportionnelle à la variation temporelle du flux magnétique Φ (où $\Phi = BA$ avec B l'intensité du champ magnétique, A la section transversale et N le nombre de spires). Si nous considérons une fréquence fixe ω du courant alternatif et ne regardons que les valeurs de crête ou les valeurs efficaces, la formule se simplifie en

$$U = \omega N \Phi.$$

Comme les champs magnétiques n'ont ni début ni fin, mais sont des lignes de champ fermées, le flux magnétique Φ_1 généré par la bobine primaire doit revenir d'une manière ou d'une autre en dehors de la bobine primaire. Une partie s'écoule à travers le noyau de fer et passe par la bobine secondaire Φ_2 , mais selon la charge de la bobine secondaire (donc la résistance R à la bobine secondaire), une partie considérable s'écoule aussi sous forme de flux de fuite Φ_S à l'extérieur du noyau.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_2 + \Phi_S \\ \frac{U_1}{N_1} &= \frac{U_2}{N_2} + \Phi_S \omega \end{aligned} \tag{In.1}$$

Pour toutes les tâches, une description de la mise en place est attendue. Attention : le courant à travers les bobines ne doit JAMAIS dépasser 0.5 A, cela peut être obtenu en maintenant la tension primaire toujours inférieure à 2 V. Par sécurité, utilisez toujours les fusibles.

Un autre conseil : commencez d'abord par lire tous les exercices.

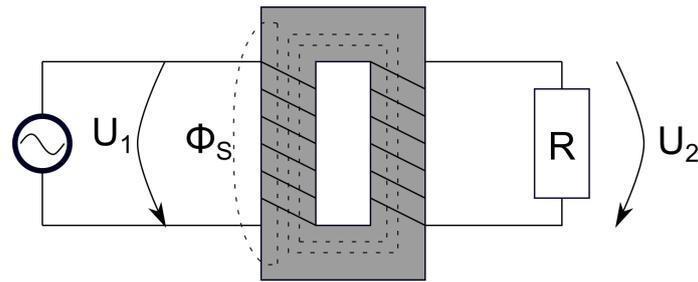


Figure In.2: Transformateur avec bobine primaire (à gauche, connectée à la source de courant alternatif) et bobine secondaire (à droite, avec résistance R). Les lignes en pointillés représentent le champ magnétique. Une partie du champ ne traverse pas le noyau de fer (à gauche de la bobine primaire), c'est le flux de fuite.

Matériel

- 2 multimètres
- Set de résistances ($1\ \Omega$, $15\ \Omega$, $22\ \Omega$, $68\ \Omega$, $1000\ \Omega$)
- 1 source de tension alternative
- 1 transformateur avec deux bobines identiques (veuillez utiliser uniquement les deux prises extérieures)
- 1 bobine supplémentaire
- 1 fusible $0.5\ \text{A}$ (s'il grille, demander un fusible de rechange à la personne de surveillance)
- 10 pinces crocodiles (5 rouges et 5 noires)
- 12 câbles de laboratoire (6 rouges und 6 noirs)
- Ruban adhésif
- Ciseaux

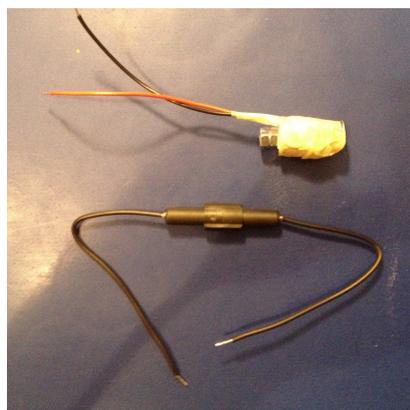


Figure Ma.3: En haut : bobine supplémentaire, en bas : fusible

Tâches

Pour toutes les tâches, une description de la mise en place est attendue. Attention : le courant à travers les bobines ne doit JAMAIS dépasser 0.5 A, cela peut être obtenu en maintenant la tension primaire toujours inférieure à 2 V. Par sécurité, utilisez toujours les fusibles.

Partie A. Mettre une charge à la sortie du transformateur (7.5 points)

Nous voulons d'abord étudier le comportement du transformateur.

i. (4.5 pt) Mesurez la tension primaire U_1 et la tension secondaire U_2 pour différentes charges (résistance ohmique R sur le circuit secondaire) du transformateur. Calculez ou mesurez également le courant I_2 dans la bobine secondaire. Effectuez au moins 9 mesures.

ii. (3 pt) Représentez graphiquement le rapport U_2/U_1 en fonction de I_2 .

Partie B. Rapport de tension (3 points)

Nous voulons maintenant montrer que le rapport U_2/U_1 est indépendant de la tension primaire pour une charge donnée.

i. (1 pt) Pour quelle charge (résistance ohmique R sur le circuit secondaire) utilisée la tension secondaire est-elle environ deux fois plus faible que la tension primaire ?

ii. (2 pt) Démontrez par une mesure appropriée que pour cette résistance, $2U_2 = U_1$ est largement indépendant de la tension primaire. Faites attention à rester en-dessous de 2 V pour la tension primaire.

Partie C. Flux de fuite (13.5 points)

Nous voulons maintenant montrer que les flux de fuite sont en effet responsables de la diminution de la tension secondaire lorsque la charge est plus importante. Il n'est pas possible de mesurer l'ensemble du flux de fuite en tant que tel, mais il est possible de mesurer une grandeur qui est proportionnelle au flux de fuite. Nous désignons cette grandeur mesurable par U_S dans ce qui suit.

En conséquence, nous ne pouvons pas non plus montrer exactement que les flux de fuite sont responsables de la diminution de la tension secondaire lorsque la charge est plus importante, mais seulement qu'une réduction de la tension secondaire entraîne une augmentation proportionnellement importante du flux de fuite. Comme les flux magnétiques ne peuvent pas être mesurés directement, mais seulement via des grandeurs qui leur sont proportionnelles (dans notre expérience, les tensions induites dans différentes bobines), l'équation (In.1) peut être réécrite de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_2 + \Phi_S \\ \frac{U_1}{C_1} &= \frac{U_2}{C_2} + \frac{U_S}{C_S}.\end{aligned}\tag{C.1}$$

Pour cette sous-tâche, vous pouvez utiliser vos mesures des tâches précédentes. Mais il doit être clairement indiqué quelles données proviennent des tâches précédentes et quelles données ont été nouvellement mesurées !

i. (5 pt) Trouvez un moyen de mesurer le flux de fuite (pas le calculer à partir de U_1 et U_2) et décrivez votre idée.

ii. (4.5 pt) Effectuez la mesure correspondante et montrez, à l'aide d'une représentation graphique appropriée, que U_S/U_1 dépend linéairement de U_2/U_1 (ça ne sera pas parfaitement le cas, car d'autres effets rentrent en jeu).

iii. (4 pt) Calculez C_1/C_2 à partir de votre mesure et interprétez la valeur que vous avez trouvée.

Annexe 1 : La source de tension

Pour l'expérience, nous avons besoin d'une source de tension alternative (AC), qui est brièvement expliquée ci-dessous, voir la figure Ax1.1. Notez les points importants suivants :

- SEULE la tension alternative peut être utilisée, la tension continue détruirait immédiatement le transformateur !
- Pour maintenir le courant sous 0.5 A, la tension doit toujours être inférieure à 2 V !

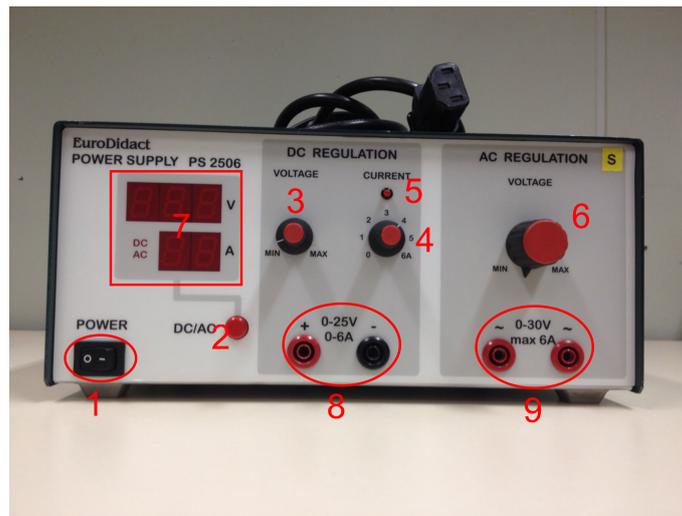


Figure Ax1.1: Explications : 1 : interrupteur marche/arrêt, 2 : basculement de l'affichage (7) sur AC (tension alternative) ou DC (tension continue), toujours sur AC, 3 : réglage de la tension DC, 4 : limitation du courant DC (pas pour la tension alternative!), 5 : surcharge pour DC (pas pour la tension alternative), 6 : réglage de la tension AC, 7 : affichage du courant et de la tension, 8 : sorties DC, 9 : sorties AC.

Annexe 2 : Le multimètre

Pour mesurer la tension, le courant et la résistance, nous utilisons ici un multimètre. Deux modèles sont utilisés, voir les figures Ax2.1 et Ax2.2. Bien qu'il y ait des différences dans l'utilisation, il y a quelques points à respecter (également pour protéger le multimètre).

- L'un des câbles doit toujours être dans la prise COM. Il s'agit du point zéro (généralement le câble noir).
- L'entrée pour la mesure de la tension (et parfois pour de petits courants) est à haute impédance, c'est-à-dire qu'il n'y a presque pas de courant qui passe par le multimètre.
- L'entrée pour la mesure du courant est à basse impédance, c'est-à-dire qu'un courant important peut circuler dans le multimètre.
- En général, lors de la mesure de courants : le courant passe par le multimètre, qui a une résistance beaucoup plus faible que pour les mesures de tension. De ce fait, des courants importants peuvent circuler et détruire le multimètre (ou la source de tension)! C'est pourquoi le multimètre ne doit JAMAIS être branché en parallèle avec la source de tension dans cette configuration, mais uniquement en série avec une charge!



Figure Ax2.1 : Avec ce multimètre, la plage de mesure doit être réglée manuellement, il faut donc choisir une plage de tension différente en fonction de la tension. Explications : 1 : interrupteur marche/arrêt, 2 : prise COM, c'est là que doit aller le câble noir, 3 : prise pour le deuxième câble de mesure de la tension ou de la résistance, 4 : prise pour le deuxième câble de mesure du courant jusqu'à MAXIMUM 0.2 A, 5 : prise pour le deuxième câble de mesure du courant jusqu'à MAXIMUM 20 A, 6 : mesure de la tension continue, différentes plages de mesure, 7 : mesure de la tension alternative, différentes plages de mesure, 8 : mesure de l'intensité du courant alternatif (attention : pour 0.2 A utiliser l'autre prise), différentes plages de mesure, 9 : mesure de l'intensité du courant continu (attention : pour 0.2 A utiliser l'autre prise), différentes plages de mesure, 10 : mesure de la résistance, différentes plages de mesure, 11 : affichage.

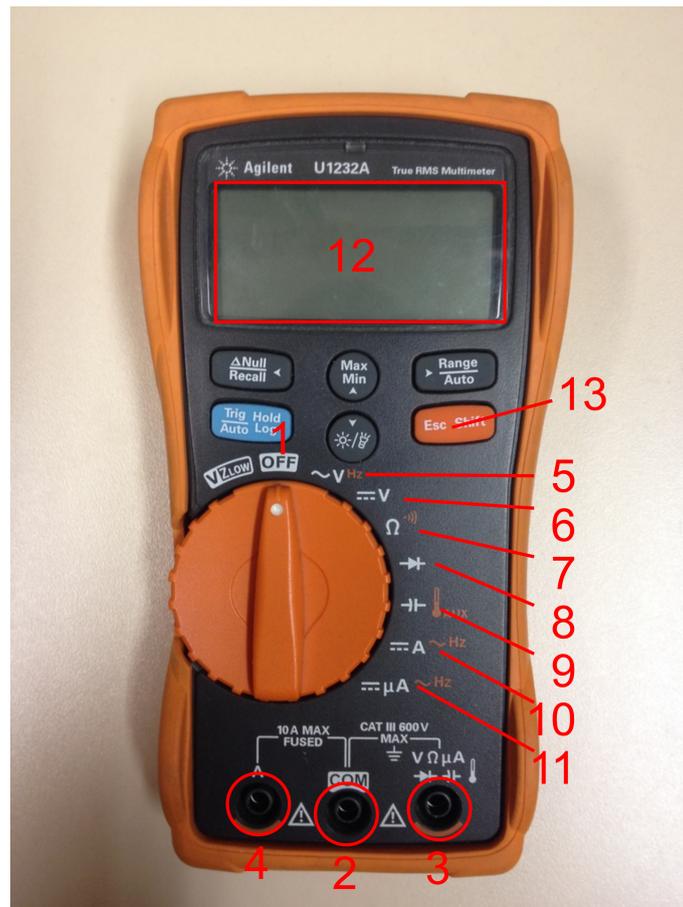


Figure Ax2.2 : Avec ce multimètre, la plage de mesure se règle automatiquement. Explications : 1 : multimètre éteint, 2 : prise COM, c'est là que doit se trouver le câble noir, 3 : prise pour le deuxième câble pour la mesure de la tension ou de la résistance et la mesure du courant jusqu'à MAXIMUM 0.6 mA, 4 : prise pour le deuxième câble pour la mesure du courant jusqu'à MAXIMUM 10 A, 5 : mesure de la tension alternative, 6 : mesure de la tension continue, 7 : mesure de la résistance, 8, 9 : pas important ici, 10 : mesure du courant fort, jusqu'à 10 A. Pour passer du courant continu au courant alternatif, appuyer sur la touche orange (13), 11 : mesure de courant faible, jusqu'à 0.6 mA. Pour passer du courant continu au courant alternatif, appuyer sur la touche orange (13), 12 : affichage, 13 : changement de certaines mesures (signes orange sur la roue).

Expériences : solutions

Expérience 3.1 : Le transformateur réel

24

Introduction

Dans ce problème, nous allons examiner le comportement d'un transformateur lorsqu'il doit fournir de la puissance à une charge.

Un transformateur se compose de deux bobines couplées entre elles par un noyau de fer commun (voir la figure In.2). Si l'on applique une tension alternative à l'une des bobines (bobine primaire), la tension alternative génère un champ magnétique variant dans le temps dans le noyau de fer, qui génère à son tour une tension dans l'autre bobine (bobine secondaire). La formule du transformateur idéal dit qu'entre le nombre de spires N_1 et N_2 des bobines primaire et secondaire et leurs tensions U_1 et U_2 , la relation suivante

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \text{const.}$$

s'applique. Il résulte alors de la conservation de l'énergie que pour les courants

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \text{const.}$$

Pour certains types de construction ainsi que pour les petits courants, ces formules sont toujours valables avec une bonne approximation. La validité de la formule dépend du fait que les bobines sont fortement couplées magnétiquement, c'est-à-dire que le champ magnétique généré par la bobine primaire continue de circuler à travers le noyau de fer et donc aussi à travers la colonne secondaire, ou qu'il cherche un "nouveau" chemin en dehors du noyau de fer. Ces "nouveaux" chemins sont appelés flux de fuite.

Nous voulons ici étudier le cas où les flux de fuite ne sont plus négligeables et où la formule ci-dessus n'est plus valable.

Pour comprendre et décrire plus précisément le transformateur, nous devons examiner de plus près les bobines. Selon la loi de l'induction, la tension U aux bornes de la bobine est proportionnelle à la variation temporelle du flux magnétique Φ (où $\Phi = BA$ avec B l'intensité du champ magnétique, A la section transversale et N le nombre de spires). Si nous considérons une fréquence fixe ω du courant alternatif et ne regardons que les valeurs de crête ou les valeurs efficaces, la formule se simplifie en

$$U = \omega N \Phi.$$

Comme les champs magnétiques n'ont ni début ni fin, mais sont des lignes de champ fermées, le flux magnétique Φ_1 généré par la bobine primaire doit revenir d'une manière ou d'une autre en dehors de la bobine primaire. Une partie s'écoule à travers le noyau de fer et passe par la bobine secondaire Φ_2 , mais selon la charge de la bobine secondaire (donc la résistance R à la bobine secondaire), une partie considérable s'écoule aussi sous forme de flux de fuite Φ_S à l'extérieur du noyau.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_2 + \Phi_S \\ \frac{U_1}{N_1} &= \frac{U_2}{N_2} + \Phi_S \omega \end{aligned} \quad (\text{In.1})$$

Pour toutes les tâches, une description de la mise en place est attendue. Attention : le courant à travers les bobines ne doit JAMAIS dépasser 0.5 A, cela peut être obtenu en maintenant la tension primaire toujours inférieure à 2 V. Par sécurité, utilisez toujours les fusibles.

Un autre conseil : commencez d'abord par lire tous les exercices.

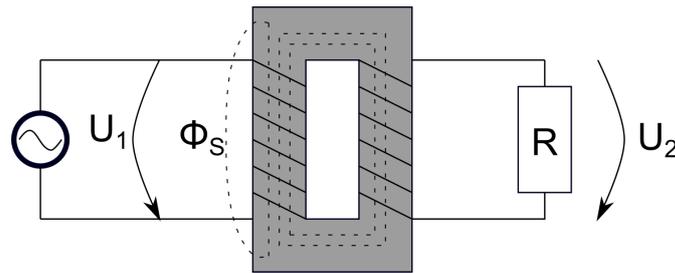


Figure In.2 : Transformateur avec bobine primaire (à gauche, connectée à la source de courant alternatif) et bobine secondaire (à droite, avec résistance R). Les lignes en pointillés représentent le champ magnétique. Une partie du champ ne traverse pas le noyau de fer (à gauche de la bobine primaire), c'est le flux de fuite.

Matériel

- 2 multimètres
- Set de résistances ($1\ \Omega$, $15\ \Omega$, $22\ \Omega$, $68\ \Omega$, $1000\ \Omega$)
- 1 source de tension alternative
- 1 transformateur avec deux bobines identiques (veuillez utiliser uniquement les deux prises extérieures)
- 1 bobine supplémentaire
- 1 fusible $0.5\ \text{A}$ (s'il grille, demander un fusible de rechange à la personne de surveillance)
- 10 pinces crocodiles (5 rouges et 5 noires)
- 12 câbles de laboratoire (6 rouges und 6 noirs)
- Ruban adhésif
- Ciseaux

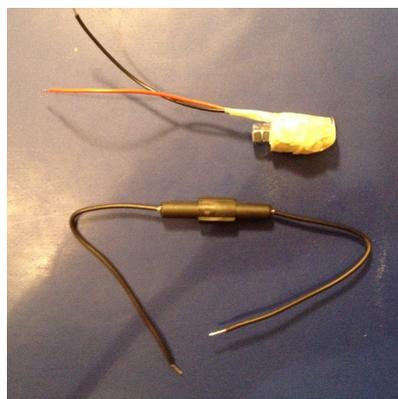


Figure Ma.3 : En haut : bobine supplémentaire, en bas : fusible

Tâches

Pour toutes les tâches, une description de la mise en place est attendue. Attention : le courant à travers les bobines ne doit JAMAIS dépasser 0.5 A, cela peut être obtenu en maintenant la tension primaire toujours inférieure à 2 V. Par sécurité, utilisez toujours les fusibles.

Partie A. Mettre une charge à la sortie du transformateur

7.5

Nous voulons d'abord étudier le comportement du transformateur.

i. Mesurez la tension primaire U_1 et la tension secondaire U_2 pour différentes charges (résistance ohmique R sur le circuit secondaire) du transformateur. Calculez ou mesurez également le courant I_2 dans la bobine secondaire. Effectuez au moins 9 mesures.

4.5

The idea is to connect the secondary coil with different resistors and measure U_1 and U_2 . Note that one has to combine different resistors to get enough measurement points. The collected data might look like (other resistors are used than the given in the exam, however, the actual value of the resistor is unimportant (more precisely, the ohmic resistor of the secondary coil would also count), only U_2/U_1 is relevant):

R/Ω	Combination	U_1/V	U_2/V	I_2/mA	U_S/mV	U_2/U_1	U_S/U_1
0	0 Ω	1.75	0.00	45.4	289	0.000	145
1	1 Ω	1.75	0.05	45.0	287	0.0290	144
8.9	15 Ω + 22 Ω parallel	1.74	0.38	40.1	259	0.218	129
12.3	15 Ω + 68 Ω parallel	1.74	0.49	38.3	246	0.282	121
15	15 Ω	1.74	0.57	36.7	237	0.328	116
22	22 Ω	1.75	0.77	33.0	212	0.440	101
37	15 Ω + 22 Ω	1.76	1.04	26.7	172	0.581	77.8
68	68 Ω	1.79	1.31	18.7	122	0.732	48.6
83	15 Ω + 68 Ω	1.79	1.38	16.1	107	0.771	40.23
90	22 Ω + 68 Ω	1.80	1.41	15.2	101	0.783	36.7
105	15 Ω + 22 Ω + 68 Ω	1.81	1.46	13.4	91	0.807	30.9
1000	1000 Ω	1.86	1.70	1.54	38	0.914	1.61
∞	open circuit	1.86	1.72	0.00	35	0.925	0

Note that some of the data above will be relevant later, but is collected here for completeness.

Clear description of the experiment (The idea is to connect the secondary coil with different resistors and measure U_1 and U_2 .)

1

Number of measurements, if less than 9, subtract 0.5 P for each missing point.

1

Quantities correctly measured, i.e. the voltages over the corresponding coils. The current has to be measured or if computed with the resistors, the resistors have to be measured (as they have an uncertainty of $\pm 5\%$)

1

Open circuit included	0.25
1000 Ohm included	0.25
Shortcut included or argued why this is not useful to measure (i.e. because the resistance of the transformer is non negligible for such a small resistance)	0.25
1 Ohm included or argued why this is not useful to measure (i.e. because the resistance of the transformer is non negligible for such a small resistance)	0.25
Three resistances between 5 and 30 Ohm included	0.25
Two resistances between 50 and 120 Ohm included	0.25
ii. Représentez graphiquement le rapport U_2/U_1 en fonction de I_2.	3

Here the data obtained from the previous task is represented.

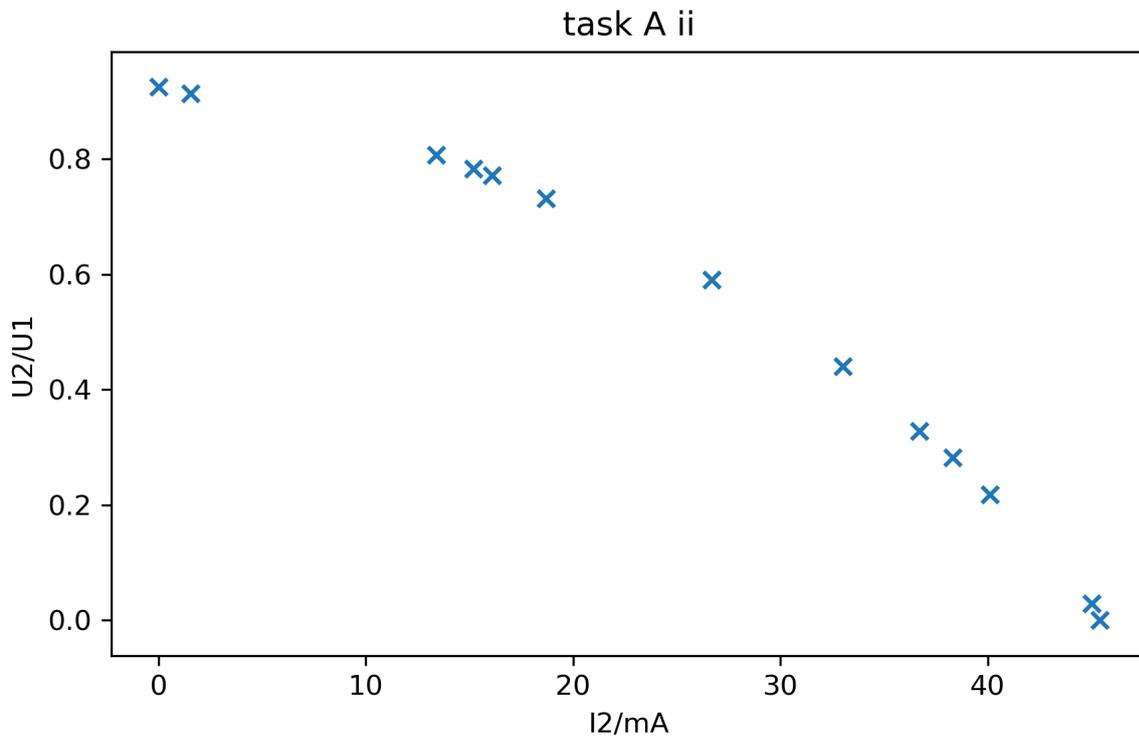


Figure A.1: Expected graph.

Data points correctly entered (for the 1 Ohm resistor and the short cut there might be weird results if the current is computed as U_2/R . We do not care about this.)	0.5
Graphic representation: axis labelled	0.5
Units and scale clear	0.5

Data points obvious (not connected with line)	0.5
---	-----

Big graph	0.5
-----------	-----

Axis drawn by ruler	0.5
---------------------	-----

Partie B. Rapport de tension	3
-------------------------------------	----------

Nous voulons maintenant montrer que le rapport U_2/U_1 est indépendant de la tension primaire pour une charge donnée.

i. Pour quelle charge (résistance ohmique R sur le circuit secondaire) utilisée la tension secondaire est-elle environ deux fois plus faible que la tension primaire?	1
---	----------

The idea is to find a resistor (or a combination of several), where $2U_2 = U_1$

Find correct resistance, it should be either 22 Ohm or 37 (= 15+22) Ohm. Give this point also, if the students did not use these two resistances but quote their closest resistance.	1
--	---

ii. Démontrez par une mesure appropriée que pour cette résistance, $2U_2 = U_1$ est largement indépendant de la tension primaire. Faites attention à rester en-dessous de 2 V pour la tension primaire.	2
---	----------

Knowing the right resistor, we change U_1 and check whether the ratio U_1/U_2 stays the same. Note, that the points in this sub tasks are distributed independent whether the resistor is correct or not.

Quick description of experiment (it is enough to state that it is the same as above but fixed R and variable U_1)	0.5
--	-----

Number of measurements: at least 3	0.5
------------------------------------	-----

Range of U_1 : lower than 0.9 V and higher than 1.6 V	0.5
---	-----

Document/Indicate that the ratio U_2/U_1 stays almost the same (needs to be indicated explicitly)	0.5
---	-----

Partie C. Flux de fuite	13.5
--------------------------------	-------------

Nous voulons maintenant montrer que les flux de fuite sont en effet responsables de la diminution de la tension secondaire lorsque la charge est plus importante. Il n'est pas possible de mesurer l'ensemble du flux de fuite en tant que tel, mais il est possible de mesurer une grandeur qui est proportionnelle au flux de fuite. Nous désignons cette grandeur mesurable par U_S dans ce qui suit.

En conséquence, nous ne pouvons pas non plus montrer exactement que les flux de fuite sont responsables de la diminution de la tension secondaire lorsque la charge est plus importante, mais seulement qu'une réduction de la tension secondaire entraîne une augmentation proportionnellement importante du flux de fuite. Comme les flux magnétiques ne peuvent pas être mesurés directement, mais seulement via des grandeurs qui leur sont proportionnelles (dans notre expérience, les tensions induites dans différentes bobines), l'équation (In.1) peut être réécrite de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_2 + \Phi_S \\ \frac{U_1}{C_1} &= \frac{U_2}{C_2} + \frac{U_S}{C_S}.\end{aligned}\tag{C.1}$$

Pour cette sous-tâche, vous pouvez utiliser vos mesures des tâches précédentes. Mais il doit être clairement indiqué quelles données proviennent des tâches précédentes et quelles données ont été nouvellement mesurées !

i. Trouvez un moyen de mesurer le flux de fuite (pas le calculer à partir de U_1 et U_2) et décrivez votre idée.

5

Using the additional small coil, one can measure the induced voltage. That voltage is proportional to the flux Φ_C going through the coil. This flux is proportional to the entire flux.

Idea of using the small coil (best aside of the primary coil). Needs to be clear from description.

2

The voltage U_S measured at this coil is proportional to the flux through the coil. Needs to be clear from description.

1

The flux through the coil is proportional to the entire flux not going through the iron. Needs to be clear from description.

2

ii. Effectuez la mesure correspondante et montrez, à l'aide d'une représentation graphique appropriée, que U_S/U_1 dépend linéairement de U_2/U_1 (ça ne sera pas parfaitement le cas, car d'autres effets rentrent en jeu).

4.5

We rearrange (equation (C.1))

$$\frac{U_S}{U_1} = \frac{C_S}{C_1} - \frac{C_S U_2}{C_2 U_1},$$

which is a linear equation $y = \frac{U_S}{U_1}$ and $x = \frac{U_2}{U_1}$. If the plot x vs. y is linear, equation (In.1) is fulfilled. Note that one should subtract some offset voltage from U_S (i.e. the measured voltage at the small coil when the circuit is open). Nevertheless, we do not care whether this is done or not. The plot should look as follows:

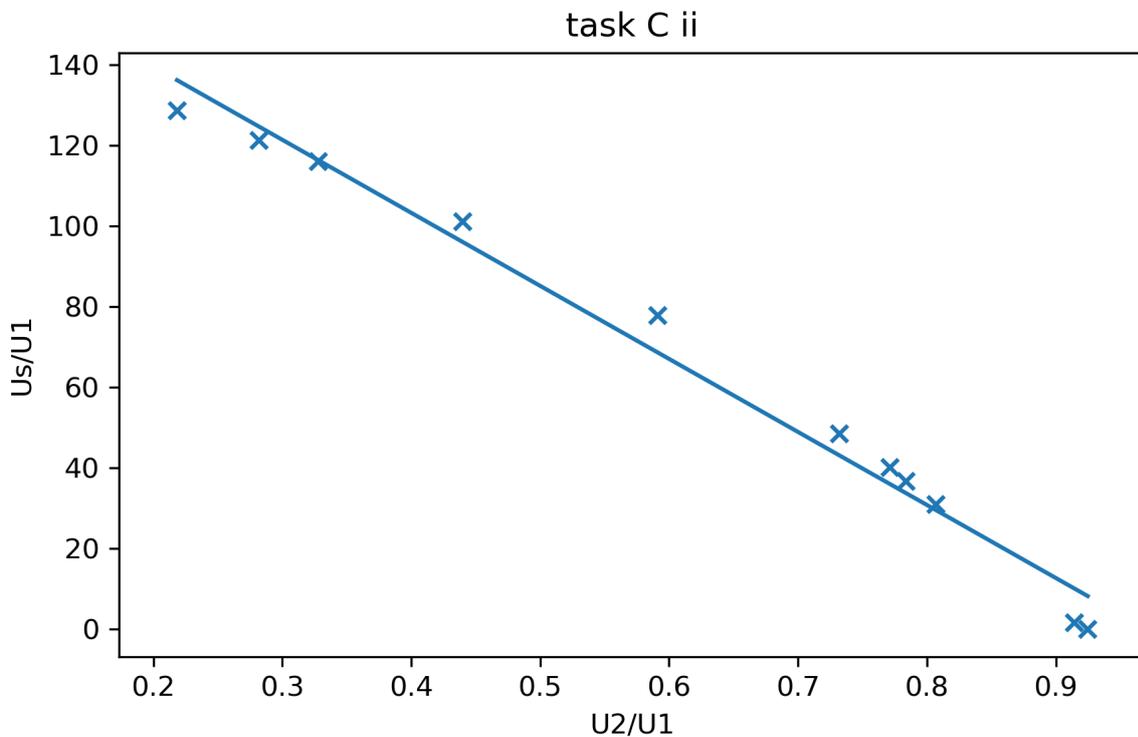


Figure C.2: Expected graph.

Points are distributed as:

Finding the linearized equation (or something similar)	1
Concluding that a linear plot shows the expected behaviour (need to be stated explicitly)	1
Measuring U_S for at least 4 values (together with U_1 and U_2 or using U_1 and U_2 from previous tasks)	1
Graphic representation: axis labelled	0.25
Units and scale clear	0.25
Data points obvious (not connected with line)	0.5
Big graph	0.25
Axis drawn by ruler	0.25
iii. Calculez C_1/C_2 à partir de votre mesure et interprétez la valeur que vous avez trouvée.	4
<i>From the linear dependence between U_S/U_1 as function of U_2/U_1 we find that C_1/C_2 is equal to minus the y-axis intersection divided by the slope.</i>	
Dividing the y-axis intersecion by the slope including minus sign (if minus sign is forgotten, i.e. the value is negative, -0.5 pt).	1
Value between 0.95 and 1.15 (in principle the value should be 1, however due to imprecisions a value slightly higher than one is more likely obtained). The value obtained in the measurement above is 1.03.	1
Interpretation: each C_i describes how the magnetic flux Φ_i is connected to the corresponding voltage U_i . This connection is only dependent on the coil and the frequency. Since the two coils are the same, we expect to obtain a value close to 1.	2



**PHYSICS.
OLYMPIAD.CH**

PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Olympiades de Physique

Tour final

18 - 19 mars 2023

Partie 4 : 6 questions courtes

Durée : 60 minutes

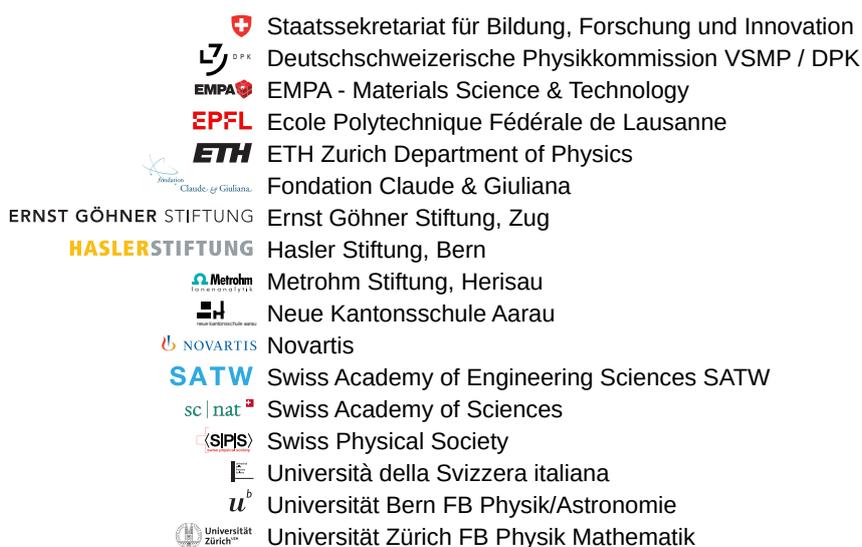
Total : 24 points (6×4)

Moyens autorisés : Calculatrice sans base de données

Matériel pour écrire et dessiner

Bonne chance !

Supported by :



Constantes fondamentales

Fréquence hyperfine du césium	$\Delta\nu_{\text{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^9$	s^{-1}
Vitesse de la lumière dans le vide	c	2.997 924 58	$\times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de Planck	h	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	e	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Constante de Boltzmann	k_{B}	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
Constante d'Avogadro	N_{A}	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	mol^{-1}
Efficacité lumineuse d'un rayonnement	K_{cd}	6.83	$\times 10^2$	$\text{cd} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{sr}$
Constante magnétique	μ_0	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\text{A}^{-2} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante électrique	ε_0	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4$
Constante des gaz	R	8.314 462 618...		$\text{K}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\text{K}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
Constante gravitationnelle	G	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Masse de l'électron	m_{e}	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	kg
Masse du proton	m_{n}	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	kg
Masse du neutron	m_{p}	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	kg
Accélération normale de la pesanteur	g_{n}	9.806 65		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Questions courtes

Durée : 60 minutes

Cotation : 24 points (6×4)

Commencez chaque problème sur une nouvelle feuille afin de faciliter la correction.

Question courte 4.1 : Fil chaud (4 points)

i. (4 pt) Un fil de longueur l et de rayon constant $r \ll l$ est relié à une source de tension V . La résistivité ρ du fil dépend de la température : $\rho(T) = cT$ avec une constante $c > 0$. Le fil rayonne tel un corps noir. À l'équilibre, quel est le courant qui circule à travers le fil ?

Question courte 4.2 : Puissance maximale (4 points)

i. (4 pt) Nous avons une source de tension avec une résistance interne de $R_i = 50 \Omega$. Quelle résistance R devons-nous connecter à la source de tension, afin d'avoir une dissipation de chaleur maximale sur R ?

Question courte 4.3 : Photographier une photographie (4 points)

Lorsqu'on prend une photo d'un objet, la lentille (ou le système de lentilles) projette l'image de l'objet sur le capteur de l'appareil photo. Si l'on réduit la distance entre la lentille et le capteur, sans adapter la focale de la lentille, l'image nette se trouvera derrière le capteur et le capteur enregistrera une image floue (nous supposons que la résolution est suffisamment haute et qu'elle n'a pas besoin d'être prise en compte), voir la figure 1. Pouvons-nous imprimer cette image floue et la reprendre en photo de telle manière qu'en plaçant le capteur de façon appropriée par rapport à la lentille, une image nette soit créée ?

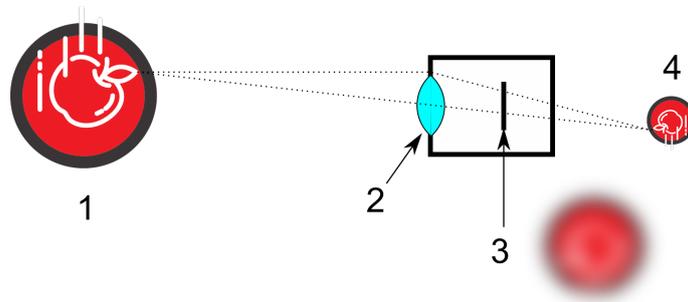


Figure 1 : Esquisse de la situation. 1 : objet à photographier, 2 : lentille, 3 : capteur avec exemple d'une image floue, 4 : image de l'objet proprement dite (derrière le capteur).

i. (1 pt) Est-ce possible, oui ou non ?

ii. (3 pt) Justifiez votre réponse.

Question courte 4.4 : Flottabilité (4 points)

Un cylindre de hauteur $L = 20 \text{ cm}$ et de rayon $r = 50 \text{ cm}$ a une masse volumique homogène ρ_{cylindre} .

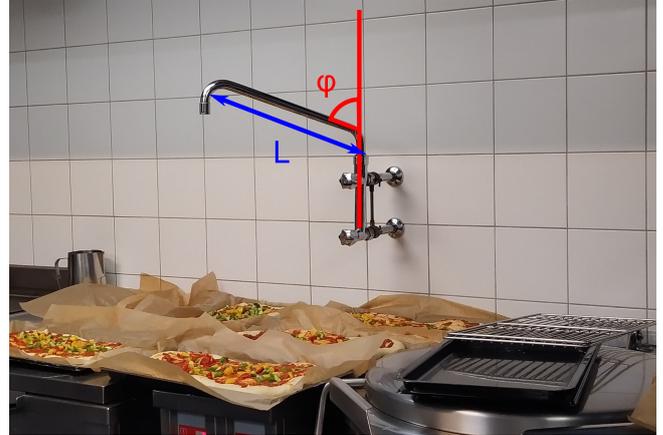
Emmy place le cylindre dans l'eau avec l'une des deux faces circulaires orientée vers le bas. Elle marque un trait sur le cylindre où celui-ci touche la surface de l'eau. Elle retourne ensuite le cylindre de telle sorte que l'autre face circulaire pointe vers le bas. Elle marque à nouveau un trait sur le cylindre là où il touche la surface de l'eau. Les deux traits sont à une distance $d = 4 \text{ cm}$ l'un de l'autre.

i. (4 pt) Calculez la masse volumique du cylindre. Notez que $\rho_{\text{air}} \ll \rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Question courte 4.5 : Robinet tournant (4 points)

Lors du camp de physique, l'équipe de cuisine s'est rendue compte qu'en faisant tourner le grand robinet, beaucoup d'eau s'en écoulait alors même que le robinet était fermé. Pourquoi donc ? Nous supposons les paramètres suivants :

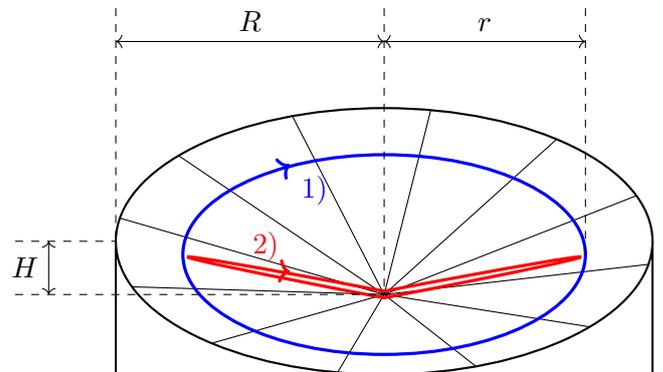
- Le robinet n'est pas horizontal mais légèrement incliné vers le haut, à un angle $\varphi = 70^\circ$ par rapport à l'axe de rotation vertical.
- La longueur de la partie inclinée du robinet est $L = 50$ cm.
- Le robinet est fermé, mais toute sa longueur L est remplie d'eau.
- Le diamètre du tuyau est $D = 1$ cm.



i. (4 pt) Calculez la vitesse angulaire ω autour de l'axe de rotation qu'il faut appliquer pour que la moitié de l'eau de la partie inclinée coule hors du tuyau.

Question courte 4.6 : Le Munot (4 points)

Le Munot est une tour fortifiée de la ville de Schaffhouse. Elle a une forme cylindrique de rayon $R = 20$ m. Son dessus est aménagé en une plateforme en légère dépression, selon la forme d'un cône inversé, coaxial à la tour, de profondeur H (au centre se trouve en fait une grille d'évacuation des eaux de pluie, mais on n'en tient pas compte ici). On néglige également les frottements.



On souhaite mesurer H , mais on ne dispose que d'une balle (de rayon négligeable) et d'un chronomètre. On se place sur la plateforme, à une distance horizontale $r < R$ du centre, et on procède en deux étapes : ^a

- Dans un premier temps, on fait rouler la balle tangentiellement au cône avec une vitesse initiale telle que la balle décrive un cercle d'altitude constante jusqu'à nous revenir. On mesure un temps T_1 pour cette trajectoire.
- Dans un second temps, on laisse rouler la balle sans vitesse initiale. Elle descend donc jusqu'au centre puis remonte en face, avant de s'arrêter et de parcourir le même chemin en sens inverse jusqu'à nous revenir. On mesure un temps T_2 pour cette trajectoire.

i. (4 pt) On trouve $\frac{T_1}{T_2} = 1.105$. Calculez H .

^aNote: rien ne permet d'affirmer que cette méthode de mesure a un intérêt pratique...

Questions courtes : solutions

Question courte 4.1 : Fil chaud

4

i. Un fil de longueur l et de rayon constant $r \ll l$ est relié à une source de tension V . La résistivité ρ du fil dépend de la température : $\rho(T) = cT$ avec une constante $c > 0$. Le fil rayonne tel un corps noir. À l'équilibre, quel est le courant qui circule à travers le fil ?

4

The resistance is given by $R(T) = \frac{l}{r^2\pi}\rho(T) = \frac{l}{r^2\pi}cT$. The heating power is given by $P_{\text{heat}} = \frac{V^2}{R(T)}$. The black body radiation is given by the Stefan-Boltzmann law $P_{\text{rad}} = \sigma T^4 A$, where σ is the Stefan-Boltzmann constant and $A = 2\pi r l$ is the surface of the wire. At equilibrium, $P_{\text{heat}} = P_{\text{rad}}$, leading to:

$$\begin{aligned} \frac{V^2}{R(T_e)} &= \sigma T_e^4 A \\ \frac{V^2 r^2 \pi}{l c T} &= \sigma T_e^4 2\pi r l \\ \frac{V^2 r}{2\sigma l^2 c} &= T_e^5 \\ T_e &= \left(\frac{V^2 r}{2\sigma l^2 c} \right)^{\frac{1}{5}} \end{aligned}$$

Using $I_e = \frac{V}{R(T_e)}$ we find:

$$I_e = V^{\frac{3}{5}} \frac{(2\sigma)^{\frac{1}{5}} r^{\frac{9}{5}} \pi}{l^{\frac{3}{5}} c^{\frac{4}{5}}}$$

Resistance $R(T) = \frac{l}{r^2\pi}\rho(T) = \frac{l}{r^2\pi}cT$. 0.5

Heating power $P_{\text{heat}} = \frac{V^2}{R(T)}$. 0.5

Stefan-Boltzmann law $P_{\text{rad}} = \sigma T^4 A$. 0.5

Area for the Stefan-Boltzmann law $A = 2\pi r l$ ($A = 2\pi r l + 2r^2\pi$ is also correct). 0.5

Equilibrium condition $P_{\text{heat}} = P_{\text{rad}}$. 0.5

Correct equilibrium temperature $T_e = \left(\frac{V^2 r}{2\sigma l^2 c} \right)^{\frac{1}{5}}$. 0.5

Correct equilibrium current. 1

Points are also awarded if the equations were used implicitly.

Question courte 4.2 : Puissance maximale**4**

i. Nous avons une source de tension avec une résistance interne de $R_i = 50 \Omega$. Quelle résistance R devons-nous connecter à la source de tension, afin d'avoir une dissipation de chaleur maximale sur R ?

4

Let U be the electromotive force at the voltage source then the current at resistance R is

$$I = \frac{U}{R_i + R},$$

1

which means the dissipated power over R is

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{(R_i + R)^2} R.$$

1

Maximal power means that

$$0 = \frac{\partial P}{\partial R} = \frac{U^2 \left((R_i + R)^2 - 2R(R_i + R) \right)}{(R_i + R)^4},$$

1

which is fulfilled for $R = R_i = 50 \Omega$.

1

Question courte 4.3 : Photographier une photographie

4

Lorsqu'on prend une photo d'un objet, la lentille (ou le système de lentilles) projette l'image de l'objet sur le capteur de l'appareil photo. Si l'on réduit la distance entre la lentille et le capteur, sans adapter la focale de la lentille, l'image nette se trouvera derrière le capteur et le capteur enregistrera une image floue (nous supposons que la résolution est suffisamment haute et qu'elle n'a pas besoin d'être prise en compte), voir la figure 1. Pouvons-nous imprimer cette image floue et la reprendre en photo de telle manière qu'en plaçant le capteur de façon appropriée par rapport à la lentille, une image nette soit créée ?

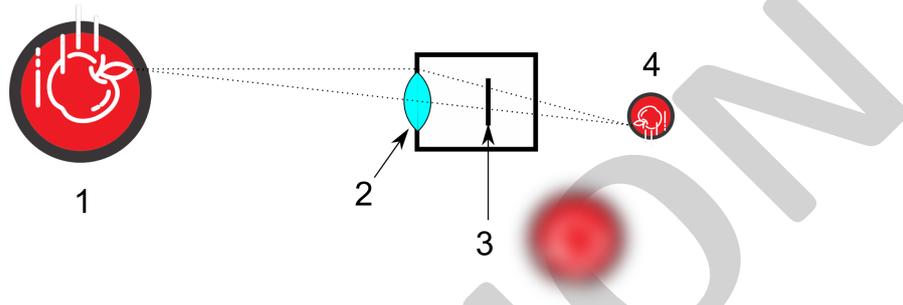


Figure 1 : Esquisse de la situation. 1 : objet à photographier, 2 : lentille, 3 : capteur avec exemple d'une image floue, 4 : image de l'objet proprement dite (derrière le capteur).

i. Est-ce possible, oui ou non ?

1

A "no" without justification is fine here.

No.

1

ii. Justifiez votre réponse.

3

The reason why this does not work is the following: the camera records the intensity distribution. However, a sharp image is a coherent superposition of the field (electric and magnetic field) that is imaged by the lens. In more detail: the field distribution at the image is the same as at the object. Therefore the phase of the field is very important but not recorded. Such a crucial "information" contained in the field gets lost when only the intensity is recorded.

The students do not need to answer in such detail, but some milestones should be mentioned (be generous in distributing the points, in particular if the description is a bit fuzzy).

The camera records an intensity.

1

Sharp image is superposition of waves from the object (main focus on superposition of field).

1

Phase information of superposition is lost.

1

Question courte 4.4 : Flottabilité**4**

Un cylindre de hauteur $L = 20$ cm et de rayon $r = 50$ cm a une masse volumique homogène ρ_{cylindre} .

Emmy place le cylindre dans l'eau avec l'une des deux faces circulaires orientée vers le bas. Elle marque un trait sur le cylindre où celui-ci touche la surface de l'eau. Elle retourne ensuite le cylindre de telle sorte que l'autre face circulaire pointe vers le bas. Elle marque à nouveau un trait sur le cylindre là où il touche la surface de l'eau. Les deux traits sont à une distance $d = 4$ cm l'un de l'autre.

i. Calculez la masse volumique du cylindre. Notez que $\rho_{\text{air}} \ll \rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

4

There are two possibilities for the density of the cylinder, as the cylinder can sink by $\frac{L+d}{2}$ or $\frac{L-d}{2}$. (0.25 point for each correct expression of the sinking length and 0.75 point for recognizing the existence of two solutions. No point reduction in later parts for giving only one solution.)

1.25

The weight of the displaced water is

$$\frac{L \pm d}{2} \pi r^2 \rho_{\text{water}} g.$$

0.25

The weight of the cylinder is

$$L \pi r^2 \rho_{\text{cylinder}} g.$$

0.25

Using Archimedes' principle, we can equate both expressions.

0.5

This gives

$$\frac{L \pm d}{2} \rho_{\text{water}} g = L \rho_{\text{cylinder}; 1, 2} g.$$

0.5

Solving for ρ_{cylinder} :

$$\rho_{\text{cylinder}; 1, 2} = \frac{L \pm d}{2L} \rho_{\text{water}}.$$

(-0.5 point for small errors)

0.75

Numerically:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{cylinder}; 1} &= 600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, \\ \rho_{\text{cylinder}; 2} &= 400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}. \end{aligned}$$

0.5

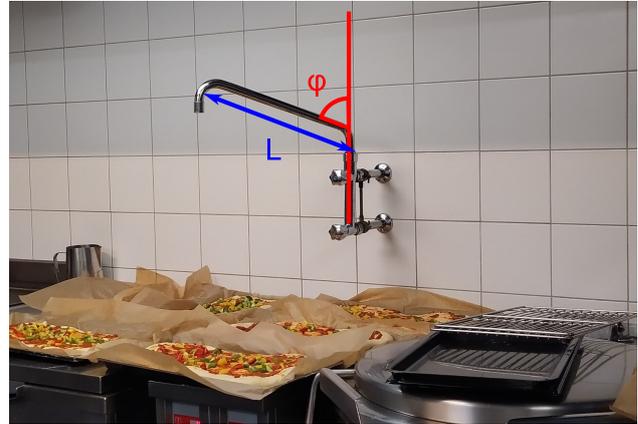
One could also take the mass of displaced air into account at first. Setting ρ_{air} small then leads to the wanted formula.

Question courte 4.5 : Robinet tournant

4

Lors du camp de physique, l'équipe de cuisine s'est rendue compte qu'en faisant tourner le grand robinet, beaucoup d'eau s'en écoulait alors même que le robinet était fermé. Pourquoi donc ? Nous supposons les paramètres suivants :

- Le robinet n'est pas horizontal mais légèrement incliné vers le haut, à un angle $\varphi = 70^\circ$ par rapport à l'axe de rotation vertical.
- La longueur de la partie inclinée du robinet est $L = 50$ cm.
- Le robinet est fermé, mais toute sa longueur L est remplie d'eau.
- Le diamètre du tuyau est $D = 1$ cm.



i. Calculez la vitesse angulaire ω autour de l'axe de rotation qu'il faut appliquer pour que la moitié de l'eau de la partie inclinée coule hors du tuyau.

4

The water faucet is rotated with an angular velocity ω . Depending on the distance r from the rotation axis, gravity might or might not be sufficient to compensate for the centripetal force due to the rotation.

For a given distance r of the water faucet with respect to the rotation axis, the needed centripetal acceleration to keep the water in place is given by

$$a_Z(r) = \omega^2 r.$$

0.5

Due to the slope, the projection of this centripetal force along the faucet, is given by $a_{Z,p}(r) = \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) a_Z(r) = \sin(\varphi) a_Z(r)$.

0.5

The gravitational acceleration pushing the water down along the faucet is given by $a_{G,p} = g \cos(\varphi)$.

1

We want the two accelerations to be the same at $x = L/2$.

0.5

The distance along the faucet and the distance to the rotation axis are connected as $r = x \sin(\varphi)$.

0.5

Solving for $\omega = \sqrt{\frac{2g}{L \sin(\varphi) \tan(\varphi)}}$.

0.5

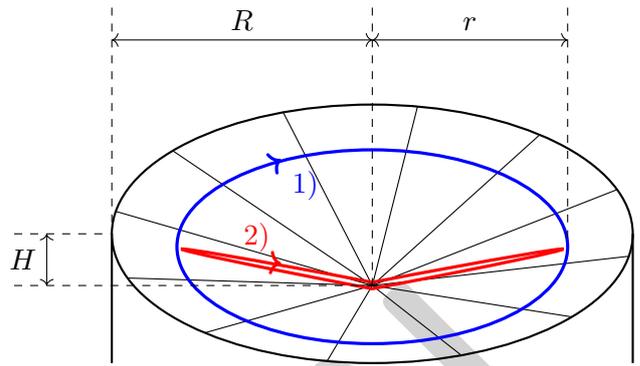
Numeric value of $3.90 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

0.5

Question courte 4.6 : Le Munot

4

Le Munot est une tour fortifiée de la ville de Schaffhouse. Elle a une forme cylindrique de rayon $R = 20$ m. Son dessus est aménagé en une plateforme en légère dépression, selon la forme d'un cône inversé, coaxial à la tour, de profondeur H (au centre se trouve en fait une grille d'évacuation des eaux de pluie, mais on n'en tient pas compte ici). On néglige également les frottements.



On souhaite mesurer H , mais on ne dispose que d'une balle (de rayon négligeable) et d'un chronomètre. On se place sur la plateforme, à une distance horizontale $r < R$ du centre, et on procède en deux étapes: ¹

- Dans un premier temps, on fait rouler la balle tangentiellement au cône avec une vitesse initiale telle que la balle décrive un cercle d'altitude constante jusqu'à nous revenir. On mesure un temps T_1 pour cette trajectoire.
- Dans un second temps, on laisse rouler la balle sans vitesse initiale. Elle descend donc jusqu'au centre puis remonte en face, avant de s'arrêter et de parcourir le même chemin en sens inverse jusqu'à nous revenir. On mesure un temps T_2 pour cette trajectoire.

i. On trouve $\frac{T_1}{T_2} = 1.105$. Calculez H .

4

The depth of the surface from our position is h , with

$$\frac{r}{h} = \frac{R}{H}$$

0.25

In the first case, we have a uniform circular motion obeying the relation

$$a_1 = \frac{v^2}{r}$$

0.25

The acceleration can be found by projecting the forces (weight and normal force), knowing that it is radial and horizontal. We find

$$\frac{a_1}{g} = \frac{h}{r}$$

¹Note: rien ne permet d'affirmer que cette méthode de mesure a un intérêt pratique...

0.5

The velocity is related to T_1 by

$$v = \frac{2\pi r}{T_1}.$$

0.25

Putting it together we find

$$T_1 = 2\pi \frac{r}{\sqrt{gh}}.$$

For the second case, we have a piecewise uniformly accelerated motion. Due to spatial symmetry and temporal symmetry (energy conservation), it is sufficient to find the rolling time from the initial position to the center, then multiply by four.

0.25

As in the first case, the acceleration points towards the axis, but this time tangentially to the slope. By projecting along the slope:

$$a_2 = g \frac{h}{\sqrt{r^2 + h^2}}.$$

0.5

The time obeys

$$\sqrt{r^2 + h^2} = \frac{1}{2} a_2 \left(\frac{T_2}{4} \right)^2.$$

0.5

We therefore find

$$T_2 = 4\sqrt{2} \frac{\sqrt{r^2 + h^2}}{\sqrt{gh}}.$$

The time fraction is thus

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_2} &= \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \\ &= \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2}} \\ &= \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2}}. \end{aligned}$$

As we see, only the slope (the fraction $\frac{h}{r}$) plays a role, not the actual values of h and r , we can therefore replace them by H and R .

Inverting for H we find

$$H = R \sqrt{\frac{\pi^2}{8 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2} - 1}.$$

1

Numerically,

$$H \approx 2.038 \text{ m.}$$

0.5

Solution alternative :

(4)

We can use the angle $\alpha = \arctan(H/R)$:

For the circular motion, we get

$$a_1 = \omega^2 r,$$

where

$$\omega = \frac{2\pi}{T_1}$$

(0.5)

and

$$a_1 = g \tan(\alpha),$$

(0.25)

which gives

$$g \tan(\alpha) = r \frac{4\pi^2}{T_1^2}$$

and solving for r :

$$r = g \tan(\alpha) \frac{T_1^2}{4\pi^2}.$$

(0.5)

For the linear motion, we again (as in the other solution) use only the first quarter. Since the acceleration is constant, we can use

$$x = \frac{1}{2} a_2 t^2,$$

(0.25)

where

$$x = \frac{r}{\cos(\alpha)},$$

$$a_2 = g \sin(\alpha),$$

$$t = \frac{T_2}{4}.$$

(0.5)

This gives

$$\frac{r}{\cos(\alpha)} = g \sin(\alpha) \frac{T_2^2}{32}$$

and solving again for r :

$$r = \cos(\alpha) g \sin(\alpha) \frac{T_2^2}{32}.$$

(0.5)

Putting the two equations for r together, we get:

$$g \tan(\alpha) \frac{T_1^2}{4\pi^2} = \cos(\alpha) g \sin(\alpha) \frac{T_2^2}{32}.$$

Solving for $\cos(\alpha)$:

$$\cos(\alpha) = \sqrt{\frac{8}{\pi^2} \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2} T_1}{\pi T_2}.$$

Finally, we use $H = R \tan(\alpha)$ to obtain

$$H = R \tan\left(\arccos\left(\frac{2\sqrt{2} T_1}{\pi T_2}\right)\right).$$

(1)

Numerically,

$$H \approx 2.038 \text{ m.}$$

(0.5)