Schweizerische Physikolympiade 2021

Online, 20./21. März 2021

Experiment
Schwingungen eines physikalischen Pendels

Dauer: 150 Minuten
Total 48 Punkte

Erlaubte Hilfsmittel Taschenrechner ohne Formelspeicher
Schreib- und Zeichenmaterial#

Inhalt

1. Materialliste
2. Theorie zum Experiment
3. Hinweise zum Material
4. Messungen und Auswertungen

#

Staatssekretariat für Bildung, Forschung und Innovation
Bärbel und Paul Geissbühler Stiftung
Dectris AG
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
EMPA - Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis
Société Valaisanne de Physique
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Bei der Realisierung des Experiments wurden wir freundlich unterstützt durch die Physikwerkstatt der Alten Kantonsschule Aarau (Hr. Pascal Auf der Maur).

Das vorliegende Experiment lehnt sich an ein Experiment der Deutschen Physikolympiade 2017 an, und wurde für unsere Verhältnis angepasst und weiterentwickelt.

1. Materialliste (Sie dürfen für die experimentelle Prüfung nur diese Hilfsmittel verwenden.

2	Essstäbchen
1	Spule mit Faden
1	Schere
1	Massstab
1	Brett mit starken Klebebändern und 2 Schrauben/Unterlegscheiben
1	Büro-Klebeband
1	Stoppuhr siehe https://webuhr.de/stoppuhr/#enabled=0&msec=8818 (oder alternativ die Stoppuhr auf Ihrem Smartphone)
3	Blätter mm-Papier
	Taschenrechner ohne Formelspeicher
	Schreib- und Zeichenmaterial

2. Theorie

Im vorliegenden Experiment soll die Periodendauer eines physikalischen Pendels untersucht und daraus die Fallbeschleunigung g bestimmt werden. In diesem Abschnitt wird der Formelapparat dazu geliefert.

Bei einem mathematischen Pendel ist eine punktförmige Masse m an einem masselosen Faden der Länge l aufgehängt, es hat bei kleinen Auslenkungen die bekannte Periodendauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (g\text{: Fallbeschleunigung}).$$

Die punktförmig gedachte Masse m geht in die Periodendauer nicht ein.

Bei einem physikalischen Pendel ist die Masse m in einem starren Körper K verteilt, und nicht mehr punktförmig. Der Körper drehe sich um die Achse A, die vom Schwerpunkt S um die Strecke a entfernt sei (Abb. 1). Das Trägheitsmoment des Körpers um den Schwerpunkt sei I_S. Die Periodendauer für das physikalische Pendel ist

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_S + ma^2}{mga}},$$

mit I_A Trägheitsmoment um die Achse A, es gilt $I_A = I_S + ma^2$ (Steinerscher Satz). Man beachte, dass $a \geq 0$ ist.

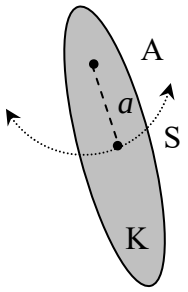

Abb. 1

Die Funktion $T(a)$ hat folgende Eigenschaften:

- Für den Grenzfall $a \to 0$ gilt $T \to \infty$.
- Für sehr grosse a ist T angenähert durch $T \cong 2\pi\sqrt{\frac{ma^2}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$ gegeben,

  das ist der Grenzfall des mathematischen Pendels.
  Für $a \to \infty$ geht T nach ∞.
- Dazwischen muss die Funktion $T(a) = 2\pi\sqrt{\frac{I_S + ma^2}{mga}}$ ein Minimum haben,

  es ist an der Stelle $a_{\min} = \sqrt{\frac{I_S}{m}}$, mit dem Wert $T_{\min} = T(a_{\min}) = 2\pi\sqrt{\frac{2a_{\min}}{g}}$,

  nach g aufgelöst: $g = \frac{8\pi^2 a_{\min}}{T_{\min}^2}$: **$g$ hängt nur von $T_{\min}$ und $a_{\min}$ ab.**

3. Hinweise zum Material

Das Brett dient der Aufhängung des Stäbchens für die Schwingungsmessung. Es wird mit den vier starken Klebebändern an der Tischkante befestigt (Abb. 2 und Abb. 5). Achten Sie darauf, dass das Klebeband gut in die Ecke zwischen Brett und Tischoberfläche gedrückt wird (Abb. 3 und 6).

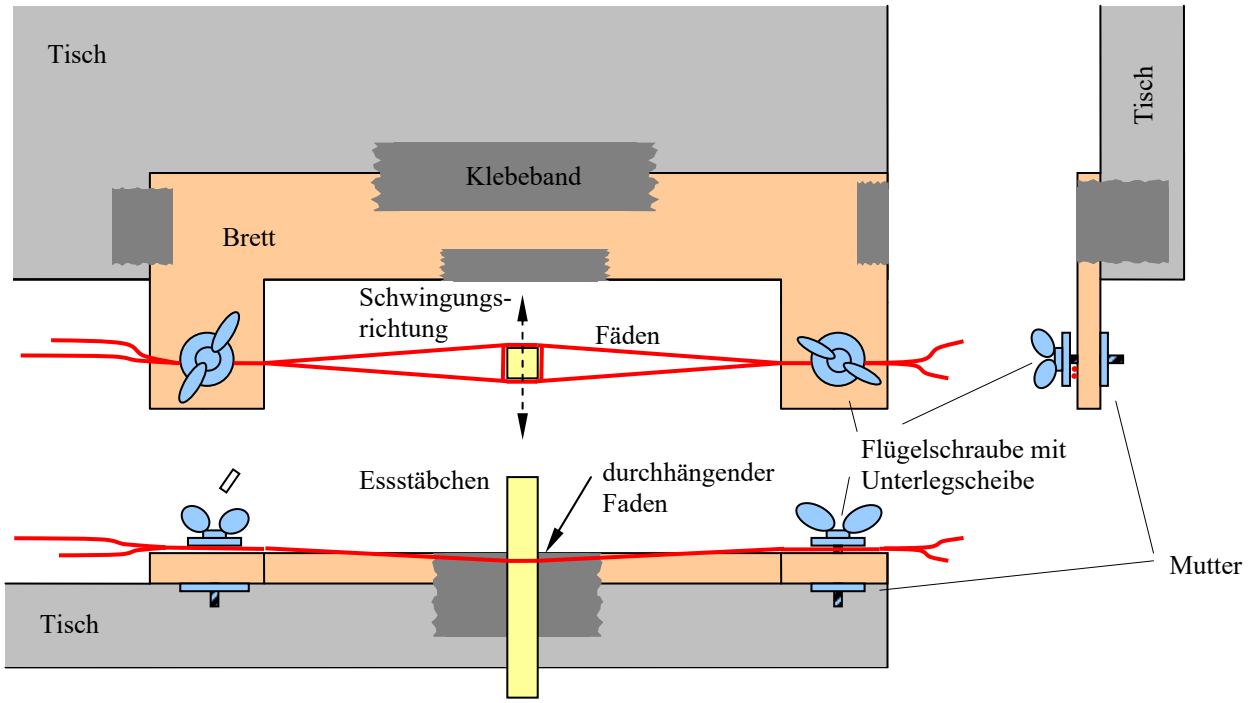

Abb. 2 Grundriss (oben) und Seitenansichten (unten und rechts) des Brettchens

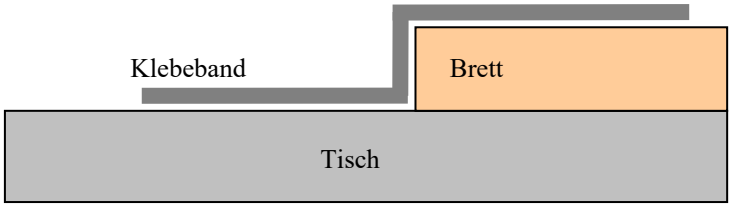

Abb. 3 Klebeband

Die Befestigung des Stäbchens erfolgt mit zwei Fäden mit einem Kreuzknoten (Abb. 4).

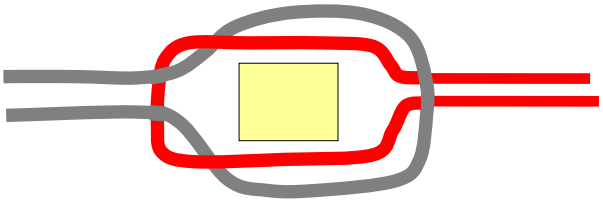

Abb. 4 Kreuzknoten, der das Essstäbchen umschlingt

Sie erhalten auf dem Brettchen bereits einen Kreuzknoten mit eingestecktem Stäbchen. Falls Sie den Knoten noch einmal machen müssen: Sie können sich zuerst die rot markierte Schlaufe zurechtlegen (ohne Stäbchen), und dann den grau markierten Faden, wie in Abb. 4 gezeigt, einfädeln! Ziehen Sie den Knoten nicht fest an, Sie müssen noch das Stäbchen einfügen!

Die Fäden werden am Brett mit den beiden Flügelschrauben/Unterlegscheiben befestigt. Dazu wird der Faden gespannt und zwischen dem Brett und der Unterlegscheibe eingeklemmt (Abb. 2 und 5). Die beiden Fäden sollen nahe beieinander auf der gleichen Seite der Schraube durchführen, und so gespannt werden, dass sie bei **allen** Messungen nur wenige mm durchhängen (Abb. 2).

Der Faden hat nach dem Abwickeln eine Zick-Zack-Form. Falls Sie diese stört, kann der Faden um U-förmig zylindrischen Gegenstand mit etwas Spannung gezogen werden; gleichzeitig haucht man den Faden an; durch die Feuchtigkeit verliert der Faden seine eingeprägte Form.

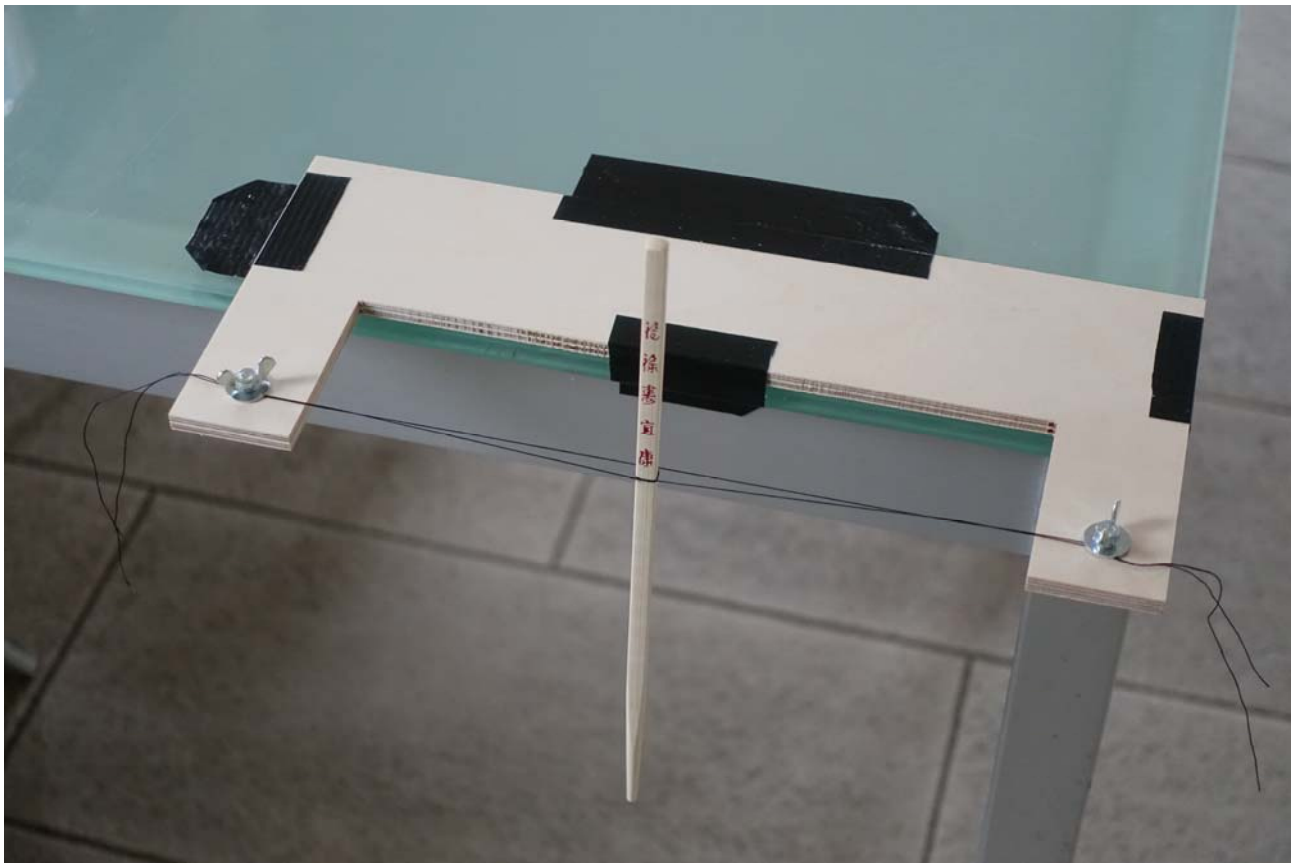

Abb. 5 **Gesamtansicht**

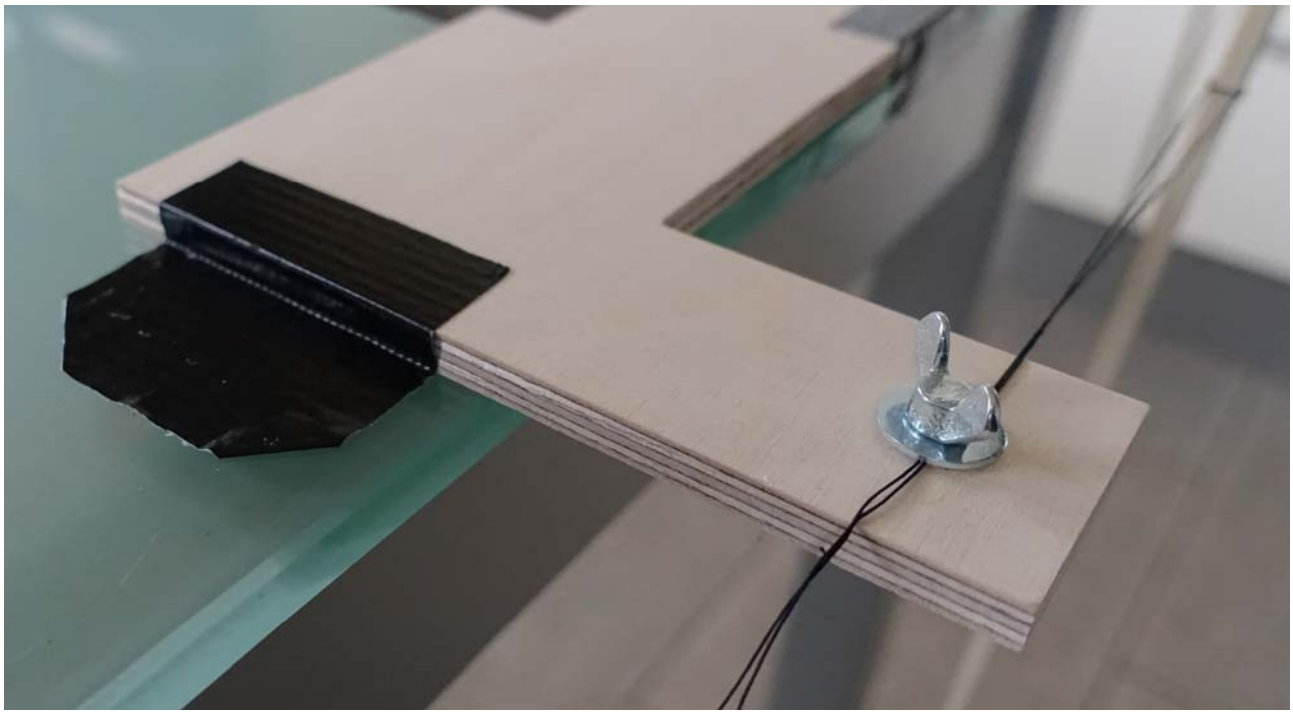

Abb. 6 **Befestigung mit Klebeband (links) und Flügelschraube mit Unterlegscheibe (rechts)**

4. Messungen und Auswertung

Vorbemerkung:
Messen Sie die Periodendauer des Pendels für möglichst viele Aufhängepunkte. Dabei wird der Aufhängepunkt durch seine Distanz d (vom stumpfen Ende des Stäbchens gemessen) beschrieben. Wählen Sie für den Abstand zwischen zwei benachbarten Aufhängepunkten jeweils $\Delta d = 10$ mm.

4.1 [14P]
Bestimmen Sie die Periodendauer durch die Messung von 10 Schwingperioden. Führen Sie diese Messung T_i für jeden Aufhängepunkt 3 mal durch und bilden Sie daraus den Mittelwert $\overline{T}_i$. Verwenden Sie nicht allzu grosse Amplituden!

4.2 [2P]
Welche systematischen Fehler können in diesem Experiment auftreten? Umschreiben Sie diese kurz.

4.3 [9P]
Stellen Sie die gemittelten Periodendauern graphisch als Funktion des Abstandes d dar.

Der Graph $T(d)$ hat zwei Minima. Die Bestimmung der $d_{\min}$ ist direkt aus der Graphik nur ungenau möglich. Es wird darum eine andere Methode angewendet: In einem Minimum (oder Maximum) hat der Graph einer Funktion die Steigung $s = \mathrm{d}T/\mathrm{d}d = 0$ (bzw. eine horizontale Tangente). Die Steigung s_i in einem Punkt d_i kann wie folgt bestimmt werden

$$s_i = \frac{\overline{T}_{i+1} - \overline{T}_{i-1}}{2\Delta d} \qquad (\Delta d: \text{ Abstand der Messpunkte}).$$

Da der Nenner durch die äquidistanten Messpunkte an den Stellen d_i konstant ist, und wir $s(d) = 0$ suchen, genügt es, wenn wird $s'_i = T_{i+1} - T_{i-1}$ berechnen.

4.4 [11P]
Berechnen Sie s_i' für je 5 Punkte in der Umgebung der beiden Minima von T. Tragen Sie die drei am nächsten liegenden Werte von s_i' um die Nullstelle der Ableitung in einer Graphik ein. Legen Sie eine möglichst gute Gerade durch die drei Punkte, und bestimmen Sie so die Nullstellen von s' (bzw. die Minimalstellen von T).

Falls Sie den Wert $T_{\min} = T(d_{\min})$ benötigen: Verwenden Sie den Messpunkt T_i, der am nächsten bei der Nullstelle von $s(d)$ liegt (die Werte von T ändern in der Umgebung eines Minimums nur sehr wenig).

4.5 [12P]
Berechnen Sie mit diesen Resultaten

a) **den Abstand d_S des Schwerpunkts vom dicken Stabende aus, hergeleitet aus den Resultaten aus 4.1 und 4.3 (mit Begründung),**
b) **den Abstand d_S des Schwerpunkts vom dicken Stabende aus, bestimmt mit einer direkten Messung (kurze Beschreibung erforderlich),**
c) **mit Hilfe der minimalen Periodendauer die Fallbeschleunigung g.**