PHYSICS.
OLYMPIAD.CH
PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Physik-Olympiade

Zweite Runde

17. Januar 2024

Teil 1	**:**	**21 MC Fragen**
Zeit	:	60 Minuten
Total	:	21 Punkte (21×1)
Erlaubte Hilfsmittel	:	Einfacher Taschenrechner
		Schreib- und Zeichenmaterial

Viel Erfolg!

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung, Forschung und Innovation
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
EMPA - Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

#f3aa468f

Naturkonstanten

Cäsium-Hyperfeinfrequenz	$\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^{9}$	s^{-1}
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	2.997 924 58	$\times 10^{8}$	$\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
Planck-Konstante	h	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{2} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
Elementarladung	e	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}$
Boltzmann-Konstante	k_{B}	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{2} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Avogadro-Konstante	N_{A}	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	mol^{-1}
Photometrisches Strahlungsäquivalent	K_{cd}	6.83	$\times 10^{2}$	$\mathrm{cd} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{3} \cdot \mathrm{sr}$
Magnetische Konstante	μ_0	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\mathrm{A}^{-2} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Elektrische Konstante	ε_0	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\mathrm{A}^{2} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{s}^{4}$
Gaskonstante	R	8.314 462 618...		$\mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{2} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\mathrm{K}^{-4} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3}$
Gravitationskonstante	G	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{3} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Elektronenmasse	m_{e}	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	kg
Neutronenmasse	m_{n}	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	kg
Protonenmasse	m_{p}	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	kg
Normfallbeschleunigung	g_{n}	9.806 65		$\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$

Multiple Choice

Zeit: 60 Minuten
Maximalpunktzahl: 21 Punkte (1 Punkt pro richtige Antwort)

- Multiple-Choice-Aufgaben **(MC)** haben mehrere Aussagen, von denen **genau eine** richtig ist. Wenn Du genau die richtige Antwort auf dem Antwortblatt markierst, erhältst Du einen Punkt, sonst null.

Frage 1.1 (MC)

Wie gross ist die Masse des im Genfersee enthaltenen Wassers ungefähr?

A) 1×10^{12} kg B) 1×10^{14} kg
C) 1×10^{16} kg D) 1×10^{18} kg

Frage 1.2 (MC)

Sterne entstehen durch den gravitativen Kollaps einer Gaswolke. Die Wolke kollabiert, wenn ihr Radius eine Grenze überschreitet, die Jeans-Länge λ genannt wird. Wie ist λ definiert für eine Wolke der Temperatur T, der Dichte ρ und bestehend aus Molekülen der Masse m?

A) $\lambda = \sqrt{\frac{15k_\mathrm{B}Tm\rho}{4\pi G}}$ B) $\lambda = \sqrt{\frac{15k_\mathrm{B}m\rho}{4\pi GT}}$
C) $\lambda = \sqrt{\frac{15k_\mathrm{B}T}{4\pi Gm\rho}}$ D) $\lambda = \sqrt{\frac{15k_\mathrm{B}}{4\pi GTm\rho}}$

Frage 1.3 (MC)

Berechne $\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2}\mathrm{d}x$ für $r > 0$.

A) 0 B) $\frac{\pi r^2}{2}$ C) $\frac{r^2}{2}$
D) $\frac{\pi r^2}{4}$ E) $\frac{r^2}{\sin(1)}$ F) $2\pi r$

Frage 1.4 (MC)

Wir betrachten zwei Vektoren $\vec{v}$ und $\vec{\omega}$. Der Winkel zwischen den beiden Vektoren ist θ, und v und ω sind die Beträge von $\vec{v}$, bzw. $\vec{\omega}$. Was ist der Betrag von $(\vec{v} + \vec{\omega}) \times (\vec{\omega} + \vec{v})$?

A) 0 B) $v^2 + 2\omega v \sin(\theta) + \omega^2$
C) $v^2 + 2\omega v + \omega^2$ D) $2\omega v \sin(\theta)$
E) $2\omega v$ F) $\sin(\theta)\left(v^2 + 2\omega v + \omega^2\right)$

Frage 1.5 (MC)

Zwei Kugeln der Massen m_a und m_b prallen aufeinander. Die Kugeln können sich nur in einer Dimension bewegen (d.h. nach dem Stoss bewegen sie sich entlang derselben Achse). Ursprünglich hat sich A mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt und B war in Ruhe. Nach dem Stoss bewegt sich A annähernd mit unverändertem Geschwindigkeitsbetrag $\|\vec{v}\|$. Welche der folgenden Aussagen kann (können) zutreffen? Nimm an, dass es sich um einen vollkommen elastischen Stoss ohne äussere Krafteinwirkung handelt. ($p \ll q$ ($p \gg q$) bedeutet p ist viel kleiner (viel grösser) als q)
I: $m_a = m_b$, II: $m_a \ll m_b$, III: $m_a \gg m_b$

A) Keine B) Nur I
C) Nur II D) Nur III
E) Nur II und III F) I, II und III

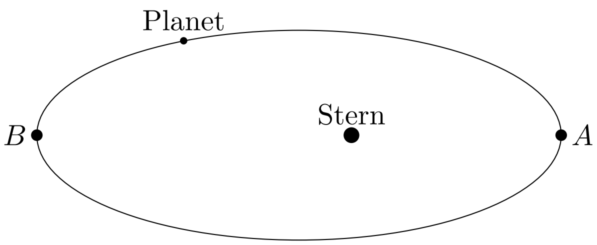
Frage 1.6 (MC)

Eine geostationäre Umlaufbahn hat die gleiche Umlaufzeit wie die Rotation der Erde um ihre eigene Achse. Auf welcher Höhe h über der Erdoberfläche befindet sich ein Satellit auf so einer Umlaufbahn, wenn man davon ausgeht, dass die Masse der Erde $M = 5.97 \times 10^{24}$ kg ist, dass ihr Radius $R = 6370$ km ist und dass der Satellit eine Masse von 600 kg hat? Du kannst annehmen, dass die Umlaufbahn kreisförmig ist.

A) 720 km B) 36 000 km
C) 42 000 km D) 87 000 km

Frage 1.7 (MC)

Wir betrachten einen massiven Planeten, welcher einen Stern auf einer elliptischen Bahn umkreist, so wie in der Abbildung dargestellt. Wir nehmen an, dass dieses System abgeschlossen ist und dass die Gravitationsanziehung die einzige Wechselwirkung zwischen dem Stern und dem Planeten ist.



Welche der folgenden Aussagen beschreibt die kinetische Energie des Sterns und die potenzielle Gravitationsenergie des Systems korrekt, wenn sich der Planet im Punkt A (K_A, U_A) und im Punkt B (K_B, U_B) befindet?

A) $K_A > K_B$ und $U_A > U_B$

B) $K_A > K_B$ und $U_A < U_B$

C) $K_A < K_B$ und $U_A > U_B$

D) $K_A < K_B$ und $U_A < U_B$

E) $K_A = K_B$ und $U_A < U_B$

F) $K_A = K_B$ und $U_A = U_B$

Frage 1.8 (MC)

Bob fuhr mit einem kleinen Boot auf einen See. Aus irgendeinem Grund hat er eine Bowlingkugel mit Masse 6 kg und Radius 10 cm mitgenommen. Er stellt sich nun die Frage, was mit dem Wasserpegel passieren wird, wenn er die Kugel in den See wirft. Das Volumen der Löcher in der Bowlingkugel kann vernachlässigt werden.

A) Der Wasserpegel würde sinken.

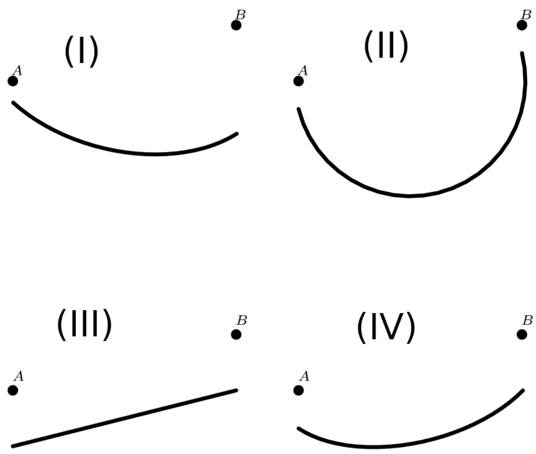
B) Der Wasserpegel würde unverändert bleiben.

C) Der Wasserpegel würde steigen.

D) Die gegebenen Informationen sind nicht ausreichend.

Frage 1.9 (MC)

Betrachten wir ein unelastisches Seil der Länge L, welches an zwei fixen Punkten A und B, die einen Abstand $D < L$ zueinander haben, befestigt ist. Auf dieses Seil platzieren wir eine Rolle, welche sich frei und ohne Reibung entlang des Seils bewegen kann und an welche wir eine Masse m hängen (ähnlich einer Halskette mit einem Anhänger). Es wird angenommen, dass das Seil straff gespannt bleibt. Auf welcher der folgenden Bahnen kann sich der Massepunkt bewegen?



A) I B) II C) III D) IV

Frage 1.10 (MC)

Wir haben zwei dünne Linsen mit den Brennweitenbeträgen 40 mm und 60 mm. Wir wollen ein afokales System schaffen, d.h. parallele Strahlen, die in das System eintreten, sollen auch parallel aus ihm austreten. In welchem Abstand zueinander müssen die beiden Linsen angeordnet werden, damit ein solches System entsteht?

A) 0 mm B) 20 mm C) 40 mm

D) 50 mm E) 60 mm F) 100 mm

G) Es hängt von den Linsen ab.

Frage 1.11 (MC)

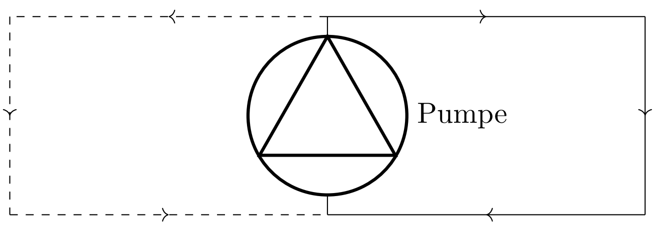
Der Quadrat-Park ist ein 1000 m mal 1000 m grosses Erholungsgebiet. Die nördliche Hälfte ist mit Wasser bedeckt, die südliche Hälfte ist eine Rasenfläche. Alice befindet sich in der südwestlichen Ecke des Gebiets. Sie möchte ihren Freund Bob besuchen, der sich in der nordöstlichen Ecke befindet. Sie läuft mit einer Geschwindigkeit von $5\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ und schwimmt mit einer Geschwindigkeit von $1\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Unter welchem Winkel (im Uhrzeigersinn gemessen, Null zeigt nach Norden) sollte sie anfangen zu laufen, wenn sie so schnell wie möglich ankommen will?

A) $0°$ B) $10.10°$ C) $45°$

D) $61.24°$ E) $63.43°$

Frage 1.12 (MC)

Betrachten wir ein Wasserkreislaufsystem, welches aus einem Rohr der Länge 10 m und einer Pumpe besteht. Die Wasserdurchflussrate dieses Systems sei R_0. Wenn ein zweites Rohr der Länge 10 m parallel zur Pumpe hinzugefügt wird (gestrichelte Linie), ändert sich die Wasserdurchflussrate durch die Pumpe zu R_1. Wie gross ist das Verhältnis $\frac{R_1}{R_0}$ unter der Annahme, dass die Pumpleistung konstant bleibt? Der Druckverlust entlang des Rohrs kann näherungsweise als proportional zur Rohrlänge und zur Geschwindigkeit des Wassers angenommen werden.



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2

Frage 1.13 (MC)

Welcher Term gibt den Betrag der mittleren Geschwindigkeit entlang der x-Achse von Teilchen der Masse m in einem idealen Gas der Temperatur T an?

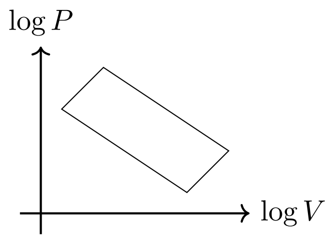
A) $\frac{3}{2}k_\mathrm{B}T$ B) $\frac{1}{2}k_\mathrm{B}T$ C) $\frac{3k_\mathrm{B}T}{m}$

D) $\frac{k_\mathrm{B}T}{m}$ E) $\sqrt{\frac{3k_\mathrm{B}T}{m}}$ F) $\sqrt{\frac{k_\mathrm{B}T}{m}}$

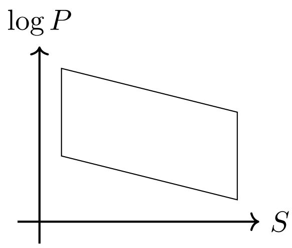
Frage 1.14 (MC)

Welches der folgenden Diagramme kann keinen Carnot-Kreisprozess darstellen?

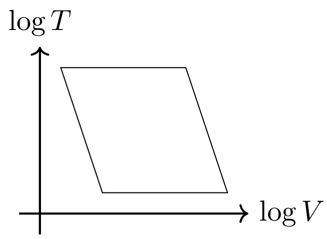
A)



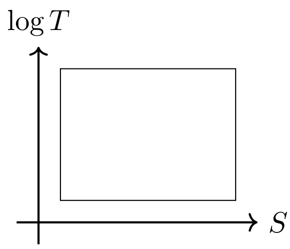
B)



C)



D)



Frage 1.15 (MC)

Wir betrachten eine Hohlkugel aus Kupfer mit Radius $R > 0$ und endlicher Wanddicke $0 < d < R$, welche in Wasser eingetaucht ist. Zu Beginn wirkt keine resultierende Kraft auf die Kugel. Die Kugel wird erhitzt, ohne dass sich die Temperatur des umgebenden Wassers ändert. Welche Aussage beschreibt genau, was passieren wird (und weshalb)?

A) Die Kugel wird sich nach oben bewegen, weil ihre Masse abnimmt.

B) Die Kugel wird sich nach oben bewegen, weil ihr Volumen zunimmt.

C) Die Kugel wird sich nach unten bewegen, weil ihre Masse zunimmt.

D) Die Kugel wird sich nach unten bewegen, weil ihr Volumen abnimmt.

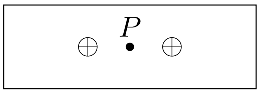
E) Es wird nichts passieren, denn die Temperatur der Kugel ändert nichts an den Kräften, die auf sie wirken.

F) Die Kugel beginnt um ihre Ausgangsposition zu schwingen.

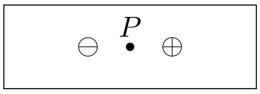
Frage 1.16 (MC)

Bei welcher der folgenden Anordnungen ist die elektrische Feldstärke im Punkt P am Grössten? Die Symbole $\oplus$ und $\ominus$ stehen dabei für Punktladungen der Grösse $+|Q|$, bzw. $-|Q|$.

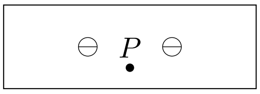
A)



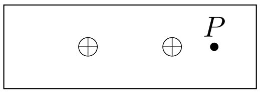
B)



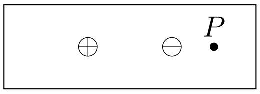
C)



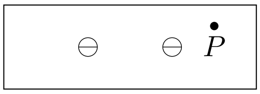
D)



E)

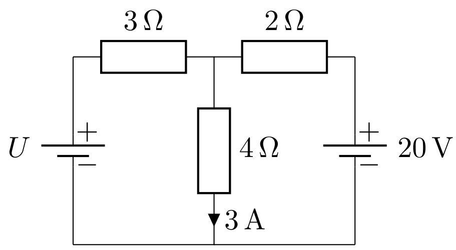


F)



Frage 1.17 (MC)

Welche Spannung hat die Batterie links in der Abbildung?



A) 0 V B) 9 V C) 12 V D) 15 V E) 30 V

F) Der Stromkreis enthält einen Kurzschluss.

Frage 1.18 (MC)

Betrachte zwei unendliche grosse, positiv geladene, parallele Platten mit gleicher Ladungsdichte. Ist der Mittelpunkt M zwischen den beiden Platten ein Gleichgewichtspunkt? Falls ja, um welche Art von Gleichgewicht handelt es sich?

A) M ist kein Gleichgewichtspunkt.

B) M ist ein stabiler Gleichgewichtspunkt.

C) M ist ein labiler Gleichgewichtspunkt.

D) M ist ein indifferenter Gleichgewichtspunkt.

Frage 1.19 (MC)

Ein geladenes Teilchen der Masse m und mit Ladung q bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ parallel zu einem Magnetfeld mit Flussdichte B. Wie wird das Teilchen beschleunigt (Betrag und Richtung)?

A) 0

B) Bqv, rechtwinklig zur Geschwindigkeit

C) Bqv, parallel zur Geschwindigkeit

D) $\frac{Bqv}{m}$, rechtwinklig zur Geschwindigkeit

E) $\frac{Bqv}{m}$, parallel zur Geschwindigkeit

F) $\frac{Bq}{m}$, parallel zum Magnetfeld

Frage 1.20 (MC)

Eine Masse ist an einer horizontalen Feder auf einer reibungsfreien Oberfläche befestigt. Sie wird um eine Strecke 1 m von ihrer Gleichgewichtslage wegbewegt. Nach dem Loslassen befindet sie sich nach $t = 1\,\mathrm{s}$ zum ersten Mal wieder zurück in ihrer Gleichgewichtslage. Der Luftwiderstand ist vernachlässigbar. Welchen Wert hatte die Beschleunigung beim Loslassen?

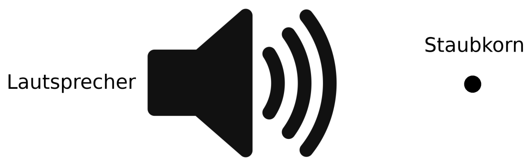
A) $a = 2\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ B) $a = 2\pi \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$

C) $a = \frac{1}{16}\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ D) $a = \frac{\pi^2}{4}\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$

E) $a = \frac{\pi}{2}\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ F) $a = 4\pi^2\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$

Frage 1.21 (MC)

Du befindest dich in einem sonnendurchfluteten Raum und beobachtest ein sehr kleines Staubkorn, welches in der Luft schwebt, direkt vor einem Lautsprecher, aus dem sehr laute Musik ertönt. Der Lautsprecher ist horizontal ausgerichtet. Wie siehst du das Staubkorn sich bewegen?



A) auf und ab

B) links und rechts

C) kontinuierlich vom Lautsprecher weg

D) keine Bewegung

Multiple Choice: Antwortblatt

Gebe deine Antworten in den dafür vorgesehenen Kästchen auf dieser Seite an.

Nachname:	**Vorname:**	**Total:**

	A	B	C	D	E	F	G
Frage 1.1	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.2	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.3	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.4	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.5	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.6	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.7	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.8	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.9	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.10	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Frage 1.11	☐	☐	☐	☐	☐		
Frage 1.12	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.13	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.14	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.15	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.16	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.17	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.18	☐	☐	☐	☐			
Frage 1.19	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.20	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
Frage 1.21	☐	☐	☐	☐			

Multiple Choice: Lösungen

	A	B	C	D	E	F	G
Frage 1.1	□	■	□	□			
Frage 1.2	□	□	■	□			
Frage 1.3	□	□	□	■	□	□	
Frage 1.4	■	□	□	□	□	□	
Frage 1.5	□	□	□	□	■	□	
Frage 1.6	□	■	□	□			
Frage 1.7	□	■	□	□	□	□	
Frage 1.8	■	□	□	□			
Frage 1.9	□	□	□	■			
Frage 1.10	□	□	□	□	□	□	■
Frage 1.11	□	□	□	■	□		
Frage 1.12	□	□	■	□			
Frage 1.13	□	□	□	□	□	■	
Frage 1.14	■	□	□	□			
Frage 1.15	□	■	□	□	□	□	
Frage 1.16	□	■	□	□	□	□	
Frage 1.17	□	■	□	□	□	□	
Frage 1.18	□	□	□	■			
Frage 1.19	■	□	□	□	□	□	
Frage 1.20	□	□	□	■	□	□	
Frage 1.21	□	■	□	□			

PHYSICS.
OLYMPIAD.CH
PHYSIK-OLYMPIADE
OLYMPIADES DE PHYSIQUE
OLIMPIADI DELLA FISICA

Physik-Olympiade

Zweite Runde

17. Januar 2024

Teil 2	**:**	**3 lange Aufgaben**
Zeit	:	120 Minuten
Total	:	48 Punkte (3×16)
Erlaubte Hilfsmittel	:	Einfacher Taschenrechner
		Schreib- und Zeichenmaterial

Viel Erfolg!

Supported by :

Staatssekretariat für Bildung, Forschung und Innovation
Deutschschweizerische Physikkommission VSMP / DPK
EMPA - Materials Science & Technology
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
ETH Zurich Department of Physics
Fondation Claude & Giuliana
Ernst Göhner Stiftung, Zug
Hasler Stiftung, Bern
Metrohm Stiftung, Herisau
Neue Kantonsschule Aarau
Novartis
Swiss Academy of Engineering Sciences SATW
Swiss Academy of Sciences
Swiss Physical Society
Università della Svizzera italiana
Universität Bern FB Physik/Astronomie
Universität Zürich FB Physik Mathematik

Naturkonstanten

Cäsium-Hyperfeinfrequenz	$\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$	9.192 631 770	$\times 10^{9}$	s^{-1}
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c	2.997 924 58	$\times 10^{8}$	$\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
Planck-Konstante	h	6.626 070 15	$\times 10^{-34}$	$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{2} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
Elementarladung	e	1.602 176 634	$\times 10^{-19}$	$\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}$
Boltzmann-Konstante	k_{B}	1.380 649	$\times 10^{-23}$	$\mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{2} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Avogadro-Konstante	N_{A}	6.022 140 76	$\times 10^{23}$	mol^{-1}
Photometrisches Strahlungsäquivalent	K_{cd}	6.83	$\times 10^{2}$	$\mathrm{cd} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{s}^{3} \cdot \mathrm{sr}$
Magnetische Konstante	μ_0	1.256 637 062 12(19)	$\times 10^{-6}$	$\mathrm{A}^{-2} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Elektrische Konstante	ε_0	8.854 187 812 8(13)	$\times 10^{-12}$	$\mathrm{A}^{2} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{s}^{4}$
Gaskonstante	R	8.314 462 618...		$\mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{2} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	σ	5.670 374 419...	$\times 10^{-8}$	$\mathrm{K}^{-4} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-3}$
Gravitationskonstante	G	6.674 30(15)	$\times 10^{-11}$	$\mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{3} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
Elektronenmasse	m_{e}	9.109 383 701 5(28)	$\times 10^{-31}$	kg
Neutronenmasse	m_{n}	1.674 927 498 04(95)	$\times 10^{-27}$	kg
Protonenmasse	m_{p}	1.672 621 923 69(51)	$\times 10^{-27}$	kg
Normfallbeschleunigung	g_{n}	9.806 65		$\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$

Lange Aufgaben

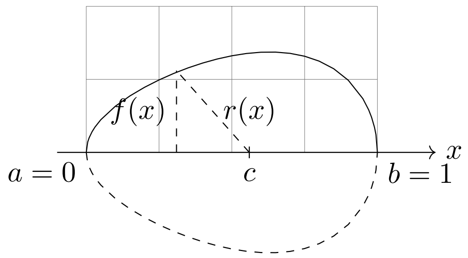
Zeit: 120 Minuten
Maximalpunktzahl: 48 Punkte (3×16)

Beginne jede Aufgabe auf einem neuen Blatt, um das Korrigieren zu erleichtern.

Allgemeiner Hinweis: Die Aufgaben bestehen aus zum Teil unabhängigen Teilaufgaben, falls Du stecken bleibst lohnt es sich weiter zu lesen und bei einer einfacheren Teilaufgabe wieder einzusteigen.

Lange Aufgabe 2.1: Stabilität eines Eis *(16 Punkte)*

Wir betrachten ein Ei, das durch einen homogenen Rotationskörper mit dem Umriss $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x - x^4}$ auf dem Bereich $x \in [a = 0, b = 1]$ gegeben ist. Die Längeneinheiten sind willkürlich.



Teil A. Massenschwerpunkt und Radius *(4.5 Punkte)*

Der Massenschwerpunkt eines Rotationskörpers liegt auf seiner Achse und kann berechnet werden, indem man ihn in Scheiben von infinitesimaler Dicke $\mathrm{d}x$ und Volumen $\pi f^2(x)\,\mathrm{d}x$ aufteilt:

$$c = \frac{1}{V}\int_a^b x\pi f^2(x)\,\mathrm{d}x,$$

wobei V das Volumen des Festkörpers ist.

i. (3 Pkte.) Berechne c für das Ei.

ii. (0.5 Pkte.) Welchen Einfluss hätte es auf den Wert von c gehabt, wenn ein anderer Faktor als $\frac{1}{2}$ im $f(x)$-Profil des Eis gewählt worden wäre? Was ist die Begründung?

iii. (1 Pkt.) Finde einen Ausdruck für den «Radius» $r(x)$ des Eis, d.h. den Abstand zwischen dem Massenschwerpunkt und einem Punkt $(x, f(x))$ auf der Oberfläche des Eis. Das Ergebnis sollte die Form $\sqrt{P(x)}$ haben, wobei $P(x)$ ein Polynom ist.

Teil B. Analytisches Intermezzo *(3 Punkte)*

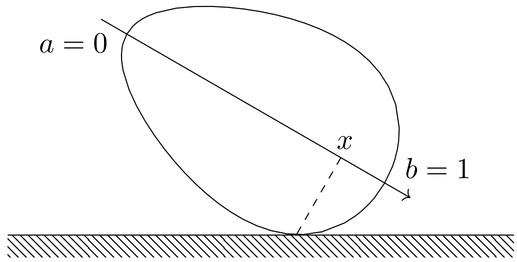
Sei $g(x) > 0$ eine strikt positive, ableitbare Funktion.

i. (2 Pkte.) Entwickle den Term $\frac{\mathrm{d}\sqrt{g(x)}}{\mathrm{d}x}$, die Ableitung der Quadratwurzel von $g(x)$.

ii. (1 Pkt.) Zeige, dass das Vorzeichen von $\frac{\mathrm{d}\sqrt{g(x)}}{\mathrm{d}x}$ immer gleich dem Vorzeichen von $\frac{\mathrm{d}g(x)}{\mathrm{d}x}$ ist.

Teil C. Stabilität des abgelegten Eis *(8.5 Punkte)*

Wir legen das Ei nun auf eine horizontale Fläche und identifizieren den Punkt, an dem das Ei die Fläche berührt, durch seine x-Koordinate.



i. (2 Pkte.) Die Positionen $a = 0$ und $b = 1$ sind aufgrund der Rotationssymmetrie Gleichgewichtspositionen. Bestimme die Stabilität dieser beiden Positionen aus dem in A.iii. gefundenen Ausdruck $r(x)$ und unter Berücksichtigung des in B.ii. gezeigten Ergebnisses.

Es gibt eine Position $a < s < b$, in der das seitlich liegende Ei in einem stabilen Gleichgewicht ist.

ii. (1 Pkt.) Was ist das Besondere an $r(s)$?

iii. (1.5 Pkte.) Finde eine Polynomgleichung für s.

Leider ist diese Polynomgleichung nicht (leicht) lösbar. Wir suchen daher nach einer Näherung mittels Taylor-Entwicklung.

iv. (1 Pkt.) Wähle einen guten Ausgangspunkt t für die Taylor-Entwicklung. Begründe deine Wahl.

v. (2 Pkte.) Entwickle die Polynomgleichung um das gewählte t bis zur ersten Ordnung, um eine affine Gleichung zu erhalten.

vi. (1 Pkt.) Finde die Lösung $\tilde{s}$ dieser neuen Gleichung und rechne auch $r(\tilde{s})$ aus.

Lange Aufgabe 2.2: Experiment von Clément-Desormes *(16 Punkte)*

Das Experiment von Clément-Desormes ist ein thermodynamisches Experiment, mit dem der Adiabatenexponent $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ eines idealen Gases bestimmt werden kann, wobei C_P und C_V die Wärmekapazitäten bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen sind. Das Experiment ist folgendermassen aufgebaut: Ein Behälter ist mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt. An den Behälter angeschlossen sind ein Ventil, ein Manometer (z. B. ein Quecksilbermanometer) und eine Pumpe (siehe Abbildung). Das Experiment läuft in drei Schritten ab. Im ersten Schritt wird der Druck des Gases mit der Pumpe erhöht, im zweiten Schritt wird der Überdruck über das Ventil abgelassen und schliesslich warten wir bis das Gas das thermische Gleichgewicht erreicht. Im Folgenden betrachten wir nur die n Mol Gas, welche nach der Druckentlastung im Behälter verbleiben (zu Beginn hat es mehr als n Mol Gas im Behälter).

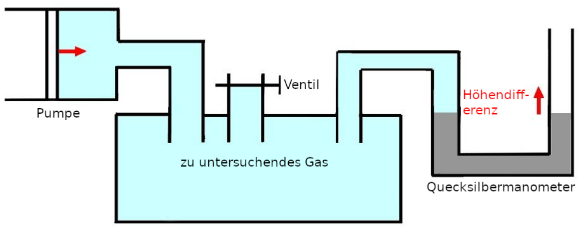


Abbildung 1: Aufbau des Experiments von Clément-Desormes.

Teil A. Quecksilbermanometer *(2.25 Punkte)*

Ein Quecksilbermanometer misst den Druck eines Gases durch Höhenänderung einer Quecksilbersäule, siehe Abbildung. Millimeter Quecksilbersäule, mmHg, wurde dadurch zu einer Masseinheit des Drucks. Sie ist definiert als der hydrostatische Druck einer Quecksilbersäule von einem Millimeter Höhe bei einer Temperatur von 0 °C.

i. (0.5 Pkte.) Wie gross ist der hydrostatische Druck einer Flüssigkeitssäule mit Dichte ρ und Höhe h?

ii. (0.75 Pkte.) Wie viel ist 1 bar in mmHg? Die Dichte von Quecksilber bei Umgebungsdruck und Temperatur $T = 0\,°\mathrm{C}$ beträgt $13.595\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-3}$.

iii. (1 Pkt.) Weshalb eignet sich Quecksilber verglichen mit anderen Flüssigkeiten besonders gut, um solche Manometer zu bauen?

Teil B. Pumpen und ablassen *(2 Punkte)*

Jetzt starten wir den Versuch. Wir erhöhen den Gasdruck mit der Pumpe isotherm von (P_0, V_0) zu (P_A, V_{tot}) mit $P_A = P_0 + h_A = 780.31\,\mathrm{mmHg}$. V_{tot} sei das Gesamtvolumen des Behälters. Wir nehmen an, dass dieses sich für den restlichen Versuch nicht mehr ändert. Das partielle Volumen der n Mol Gas ist zu diesem Zeitpunkt $V_A < V_{\text{tot}}$. An diesem Punkt haben wir also Druck und Volumen (P_A, V_A) für die n Mol des betrachteten Gases. Wir öffnen das Ventil nun schnell, lassen etwas Gas entweichen und gleichen so den Überdruck aus. Danach schliessen wir das Ventil schnell wieder. Wir nehmen an, dass die Röhre des Manometers sehr dünn ist, so dass wir die Volumenänderung durch die Bewegung der Quecksilbersäule vernachlässigen können. Nun sind nur noch unsere n Mol Gas im Behälter mit Druck und Volumen $(P_B, V_B) = (P_0, V_{\text{tot}})$. Die Umgebungstemperatur sei $T_0 = 12.5\,°\mathrm{C}$ und der Umgebungsdruck sei $P_0 = 766.50\,\mathrm{mmHg}$.

i. (0.5 Pkte.) Welche Art von thermodynamischem Prozess läuft zwischen den Zuständen $A = (P_A, V_A)$ und $B = (P_B, V_B)$ ab? Begründe deine Antwort.

ii. (1.5 Pkte.) In welcher Beziehung stehen der Druck und das Volumen bei A und der Druck und das Volumen bei B bei einem solchen Prozess?

Teil C. Zurück zum thermischen Gleichgewicht *(2.5 Punkte)*

Nach einer Weile befindet sich das System wieder im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung. Wir messen Druck und Volumen $(P_C, V_C) = (P_0 + h_C, V_{\text{tot}})$ wobei $h_C = 3.61\,\mathrm{mmHg}$.

i. (0.5 Pkte.) Welche Art von thermodynamischem Prozess läuft zwischen den Zuständen B und $C = (P_C, V_C)$ ab? Begründe deine Antwort.

ii. (0.5 Pkte.) Wie gross ist die Temperatur T_C in Zustand C?

iii. (1.5 Pkte.) In welcher Beziehung stehen der Druck und das Volumen bei A und der Druck und das Volumen bei C?

Teil D. Der Adiabatenexponent *(9.25 Punkte)*

Nun betrachten wir den gesamten Prozess, um den Adiabatenexponenten γ aus den vorhergehenden Messungen und Resultaten zu bestimmen.

i. (1.25 Pkte.) Skizziere in einem P-V-Diagram die Prozesse unserer n Mol Gas von Zustand A bis C.

ii. (2 Pkte.) Benutze deine Resultate aus den vorhergehenden Teilen um $\frac{P_0+h_A}{P_0}$ als Funktion von P_0, h_A, h_C und γ auszudrücken. Alle vier Grössen müssen vorkommen.

iii. (2.5 Pkte.) Unter der Annahme, dass $h_A \ll P_0$ und $h_C \ll P_0$ ($\ll$ heisst «viel kleiner als»), vereinfache deinen Ausdruck für $\frac{P_0+h_A}{P_0}$.
Tipp: für $x \ll 1$ gilt $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$.
Tipp: vernachlässige $\left(\frac{h_A}{P_0}\right)^2$, $\left(\frac{h_C}{P_0}\right)^2$, $\frac{h_A h_C}{P_0^2}$ und Terme höherer Ordnung.

iv. (1 Pkt.) Benutze das Resultat aus dem vorherigen Teil um den Adiabatenexponenten γ als Funktion von h_A und h_C darzustellen.

v. (1 Pkt.) Berechne den Adiabatenexponenten γ aus den gegebenen Messungen.

vi. (1 Pkt.) Aus dem Gleichverteilungssatz lässt sich herleiten, dass $C_V = \frac{f}{2}R$ und $C_P = \frac{f+2}{2}R$, mit f der Anzahl Freiheitsgraden des Gasmoleküls. Unser Gas hier hat $f = 5$ Freiheitsgrade. Wie gross ist die Differenz zwischen dem theoretischen und dem experimentellen Wert für γ?

vii. (0.5 Pkte.) Was sind mögliche Ursachen dieser Abweichung?

Lange Aufgabe 2.3: Spiegelladungen *(16 Punkte)*

Ein häufiges Problem in der Elektrostatik ist die Bestimmung des elektrischen Potentials in einem System, das aus Punktladungen und leitenden Körpern verschiedener Formen besteht. In dieser Aufgabe werden wir eine Methode entwickeln, das sogenannte Prinzip der Spiegelladungen oder Bildladungen, um solche Probleme in Fällen mit gewissen Symmetrien stark zu vereinfachen. Wir betrachten in dieser Aufgabe das SI-Einheitensystem.

Teil A. Elektrisches Potential und Leiter *(2.25 Punkte)*

Im ersten Teil betrachten wir faradaysche Käfige.

i. (0.25 Pkte.) Was ist das elektrische Potential V einer Punktladung q als Funktion des Abstands r von der Ladung?

ii. (0.5 Pkte.) Was ist das elektrische Potential V von N Punktladungen q_i, $i \in 1, 2, ..., N$, als Funktion der Abstände r_i von den Ladungen q_i?

iii. (0.5 Pkte.) Betrachte die Situation in Abb. B.1. Was kannst du über das elektrische Potential auf der Oberfläche des geerdeten leitenden Materials sagen?

iv. (1 Pkt.) Ist es während eines Sturms sicherer sich in einem Auto oder draussen aufzuhalten? Wieso? Argumentiere mithilfe der Antwort zur vorherigen Frage.

Teil B. Spiegelladung für eine Fläche *(4.25 Punkte)*

Betrachte die in Abbildung B.1 dargestellte Situation. Das Ziel dieses Aufgabenteils ist es, das elektrische Potential an jedem Punkt über der Platte zu bestimmen. Mit einem Trick kann man das Problem deutlich vereinfachen. Die Idee ist eine imaginäre «Spiegelladung» einzuführen, um die durch das leitende Material bestimmte Randbedingung zu reproduzieren.
Wenn in der Elektrostatik zwei physikalische Systeme Potentiale mit den gleichen Randbedingungen haben, sind die beiden Sitationen physikalisch äquivalent. Um also das elektrische Potential dieses Systems zu bestimmen, wollen wir ein anderes System finden, in welchem wir das Potential einfacher beschreiben können.

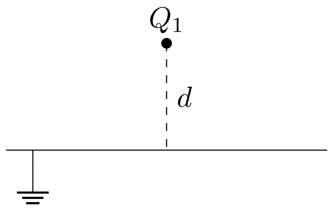


Abbildung B.1: Eine unendlich grosse geerdete leitende Platte und eine Punktladung Q_1 mit Position $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (0, 0, d)$.

i. (0.25 Pkte.) Was sind die Randbedingungen für das elektrische Potential V in diesem System?

ii. (1.5 Pkte.) Wir stellen uns ein zweites physikalisches System vor, mit der gleichen Ladung Q_1 an derselben Position $\vec{r}_1$ wie in Abb. B.1 aber ohne die leitende Platte. Unser Ziel ist es, eine Konfiguration mit einer zweiten Ladung Q_2 mit Position $\vec{r}_2$ zu finden, welche die gleichen Randbedingungen erfüllt wie in Abb. B.1. Was sollten Q_2 und $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ sein, damit das geschieht? Warum?

iii. (1 Pkt.) Verwende deine bisherigen Resultate, um das elektrische Potential $V(x, y, z)$ über der Platte im System in Abb. B.1 als Funktion der Koordinaten (x, y, z), der Distanz d und der Ladung Q_1 zu bestimmen. Der Ausdruck darf als Summe von zwei Termen geschrieben werden und muss nicht vollständig vereinfacht werden.

iv. (1.5 Pkte.) Skizziere die Feldlinien im System mit Punktladung und leitender Platte aus Abb. B.1 unter der Annahme, dass $Q_1 > 0$ (in einer separaten Skizze, nicht auf dem Aufgabenblatt).

Teil C. Spiegelladungen am rechten Winkel *(5.5 Punkte)*

Wir betrachten nun komplexere Formen von Leitern.

i. (2.5 Pkte.) Wir betrachten nun das in Abb. C.1 dargestellte System. Was ist die Anzahl N von Spiegelladungen, die benötigt werden, um die Randbedingungen des Leiters zu reproduzieren? Was sind deren Ladungen Q_i und Positionen $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ für $i = 1, 2, ..., N$? Warum?

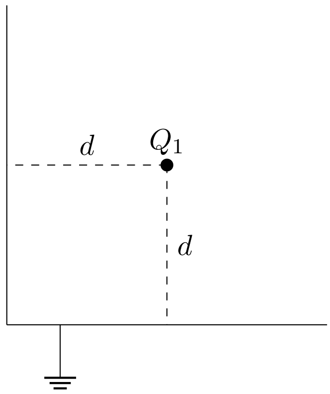


Abbildung C.1: Zwei unendlich grosse geerdete leitende Halbebenen stehen senkrecht aufeinander und eine Punktladung Q_1 befindet sich bei $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (d, 0, d)$.

ii. (1 Pkt.) Was ist das zugehörige Potential $V(x, y, z)$ als Funktion der Koordinaten (x, y, z), des Abstands d und der Ladung Q_1? Der Ausdruck darf als Summe von N Termen geschrieben werden und muss nicht vollständig vereinfacht werden.

iii. (2 Pkte.) Skizziere die Feldlinien im System aus Punkladung und Halbebenen unter der Annahme, dass $Q_1 < 0$ (in einer separaten Skizze, nicht auf dem Aufgabenblatt).

Teil D. Spiegelladungen für eine Kugel *(4 Punkte)*

Es ist auch möglich für gekrümmte Geometrien Spiegelladungen zu definieren.

i. (2.5 Pkte.) Wir betrachten nun das in Abb. D.1 dargestellte System. Es stellt sich heraus, dass nur eine Spiegelladung nötig ist, um die entsprechenden Randbedingungen zu reproduzieren. Was ist die Ladung Q_2 und die Position $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$? *Tipp:* Du darfst ohne Beweis verwenden, dass ein Potential, welches die Randbedingungen an den Postitionen $(r, 0, 0)$ und $(-r, 0, 0)$ erfüllt, die Randbedingungen auf der ganzen Kugel erfüllt.

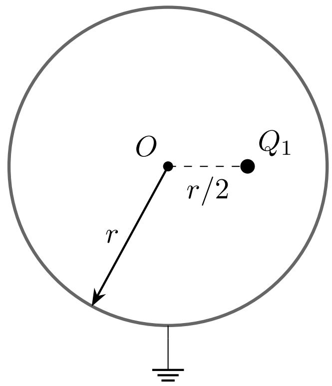


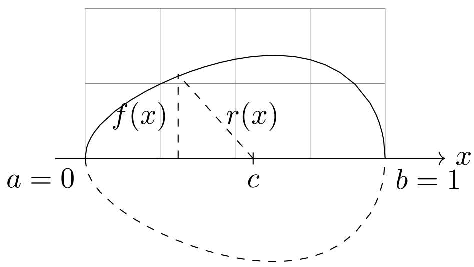
Abbildung D.1: Kugelförmiger geerdeter Leiter mit Radius r mit Mittelpunkt O bei $\vec{r}_0 = (0, 0, 0)$ und eine Punktladung Q_1 an der Position $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (r/2, 0, 0)$. Wir sehen hier einen Schnitt der Kugel mit der xz-Ebene bei $y = 0$.

ii. (1.5 Pkte.) Was ist das zugehörige Potential $V(x, y, z)$ als Funktion der Koordinaten (x, y, z), des Radius r und der Ladung Q_1? Der Ausdruck darf als Summe von zwei Termen stehengelassen werden und muss nicht vollständig vereinfacht werden.

Lange Aufgaben: Lösungen

Lange Aufgabe 2.1: Stabilität eines Eis 16

Wir betrachten ein Ei, das durch einen homogenen Rotationskörper mit dem Umriss $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x - x^4}$ auf dem Bereich $x \in [a = 0, b = 1]$ gegeben ist. Die Längeneinheiten sind willkürlich.



Teil A. Massenschwerpunkt und Radius 4.5

Der Massenschwerpunkt eines Rotationskörpers liegt auf seiner Achse und kann berechnet werden, indem man ihn in Scheiben von infinitesimaler Dicke $\mathrm{d}x$ und Volumen $\pi f^2(x)\,\mathrm{d}x$ aufteilt:

$$c = \frac{1}{V}\int_a^b x\pi f^2(x)\,\mathrm{d}x,$$

wobei V das Volumen des Festkörpers ist.

i. Berechne c für das Ei. 3

Following the idea of splitting the egg into disk-shaped infinitely thin slices, the volume is given by:

$$V = \int_a^b \pi f^2(x)\,\mathrm{d}x.$$

1

Thus for the egg, we have

$$c = \frac{\int_0^1 x\frac{1}{4}\left(x - x^4\right)\mathrm{d}x}{\int_0^1 \frac{1}{4}\left(x - x^4\right)\mathrm{d}x} = \frac{\int_0^1 \left(x^2 - x^5\right)\mathrm{d}x}{\int_0^1 \left(x - x^4\right)\mathrm{d}x} = \frac{\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^6\right]_0^1}{\left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5\right]_0^1},$$

1

And finally

$$c = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{10}} = \frac{5}{9}.$$

1

ii. Welchen Einfluss hätte es auf den Wert von c gehabt, wenn ein anderer Faktor als $\frac{1}{2}$ im $f(x)$-Profil des Eis gewählt worden wäre? Was ist die Begründung? 0.5

c wouldn't change, because the factor (squared) appears both in the numerator and in the denominator of c. 0.5

This is the same reason why the egg's density doesn't play a role, nor does π.

iii. Finde einen Ausdruck für den «Radius» $r(x)$ des Eis, d.h. den Abstand zwischen dem Massenschwerpunkt und einem Punkt $(x, f(x))$ auf der Oberfläche des Eis. Das Ergebnis sollte die Form $\sqrt{P(x)}$ haben, wobei $P(x)$ ein Polynom ist. *1*

We can use the Pythagorean theorem:

$$r(x) = \sqrt{f^2(x) + (x-c)^2},$$

0.5

and we get

$$r(x) = \sqrt{\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}x^4 + x^2 + c^2 - 2xc} = \sqrt{-\frac{1}{4}x^4 + x^2 - \frac{31}{36}x + \frac{25}{81}}.$$

0.5

Teil B. Analytisches Intermezzo *3*

Sei $g(x) > 0$ eine strikt positive, ableitbare Funktion.

i. Entwickle den Term $\frac{\mathrm{d}\sqrt{g(x)}}{\mathrm{d}x}$, die Ableitung der Quadratwurzel von $g(x)$. *2*

We can use the generic formula

$$\frac{\mathrm{d}g^n(x)}{\mathrm{d}x} = n g^{n-1}(x)\,\frac{\mathrm{d}g(x)}{\mathrm{d}x}.$$

1

Here we have the case $n = \frac{1}{2}$, so

$$\frac{\mathrm{d}\sqrt{g(x)}}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{2\sqrt{g(x)}}\,\frac{\mathrm{d}g(x)}{\mathrm{d}x}.$$

1

Full points are given as long as the answer is of the desired final form, even if the generic formula is not explicitly stated.

ii. Zeige, dass das Vorzeichen von $\frac{\mathrm{d}\sqrt{g(x)}}{\mathrm{d}x}$ immer gleich dem Vorzeichen von $\frac{\mathrm{d}g(x)}{\mathrm{d}x}$ ist. *1*

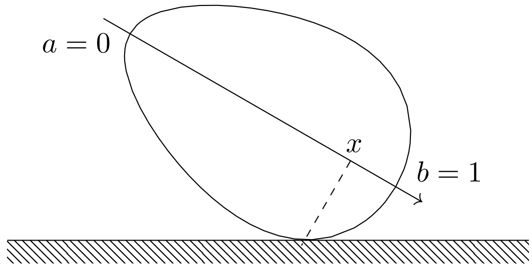
$$g(x) > 0 \Rightarrow \sqrt{g(x)} > 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{g(x)}} > 0.$$

0.5

Thus the factor in front of the derivative does not change the sign, so both will always be equal. This is in particular valid for the case 0: if the derivative of $g(x)$ is null, so is the derivative of $\sqrt{g(x)}$. 0.5

Teil C. Stabilität des abgelegten Eis *8.5*

Wir legen das Ei nun auf eine horizontale Fläche und identifizieren den Punkt, an dem das Ei die Fläche berührt, durch seine x-Koordinate.



i. Die Positionen $a = 0$ und $b = 1$ sind aufgrund der Rotationssymmetrie Gleichgewichtspositionen. Bestimme die Stabilität dieser beiden Positionen aus dem in A.iii. gefundenen Ausdruck $r(x)$ und unter Berücksichtigung des in B.ii. gezeigten Ergebnisses. ***2***

To study the stability, we need to compute the derivative of the radius found in A.iii. But we are only interested in its sign, so instead, and according to B.ii., we can compute the derivative of its square, $P(x)$. 0.5

$$\frac{\mathrm{d}P(x)}{\mathrm{d}x} = -x^3 + 2x - \frac{31}{36}.$$

0.5

For $x = a = 0$, $\left.\frac{\mathrm{d}P(x)}{\mathrm{d}x}\right|_a = -\frac{31}{36} < 0$.
This means that all values slightly larger than a lead to a smaller r^2, thus also to a smaller r. Because a is at the end of the domain, it corresponds to a local maximum of the radius, and therefore a is an instable equilibrium. 0.5

For $x = b = 1$, $\left.\frac{\mathrm{d}P(x)}{\mathrm{d}x}\right|_b = -1 + 2 - \frac{31}{36} = \frac{5}{36} > 0$.
This means that all values slightly *smaller* than b lead again to a smaller r^2, thus also to a smaller r. Because b is at the other end of the domain, it corresponds to a local maximum of the radius, and therefore b is an instable equilibrium as well. 0.5

Es gibt eine Position $a < s < b$, in der das seitlich liegende Ei in einem stabilen Gleichgewicht ist.

ii. Was ist das Besondere an $r(s)$? ***1***

It is a local minimum of $r(x)$, and in fact its only minimum. 1

Give 0.5 point if it is only mentioned that the segment of $r(s)$ is perpendicular to the egg's surface.

iii. Finde eine Polynomgleichung für s. ***1.5***

The condition for s is that the derivative of the radius is zero. 0.5

Again we can use B.ii. and only consider the derivative of $P(x)$. 0.5

Thus the equation is

$$-s^3 + 2s - \frac{31}{36} = 0.$$

0.5

Leider ist diese Polynomgleichung nicht (leicht) lösbar. Wir suchen daher nach einer Näherung mittels Taylor-Entwicklung.

iv. Wähle einen guten Ausgangspunkt t für die Taylor-Entwicklung. Begründe deine Wahl. *1*

If the egg was symmetric, that is an ellipse, s would be in the center ($\frac{1}{2}$). 0.5

The egg is not very dissymmetric, so $t = \frac{1}{2}$ is a good starting point, and easy to compute with. 0.5

Valid but less justifiable points include $t = c$ (but due to the slope of $f(x)$ in the middle portion of the egg, it should be clear that $t < c$) and $t = 1 - c$. Those are awarded 0.5 points and no double penalty in the subsequent questions.

v. Entwickle die Polynomgleichung um das gewählte t bis zur ersten Ordnung, um eine affine Gleichung zu erhalten. *2*

At order zero, we have (remember that we are working with the *derivative* of $P(x)$)

$$\left.\frac{\mathrm{d}P(x)}{\mathrm{d}x}\right|_t = -\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 2\frac{1}{2} - \frac{31}{36} = -\frac{1}{8} + 1 - \frac{31}{36} = \frac{1}{72}.$$

0.5

At order one, we have

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2P(x)}{\mathrm{d}x^2}\right|_t = -3\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = -\frac{3}{4} + 2 = \frac{5}{4}.$$

0.5

Therefore the equation becomes

$$\frac{1}{72} + \frac{5}{4}(x - t) = 0.$$

0.5

And finally

$$\frac{5}{4}x - \frac{11}{18} = 0.$$

0.5

For $t = c$, this gives $\frac{87}{81}x - \frac{1511}{2916} = 0$.
For $t = 1 - c$, this gives $\frac{114}{81}x - \frac{1999}{2916} = 0$.

The equation's factors are not required to be fully simplified.

vi. Finde die Lösung $\tilde{s}$ dieser neuen Gleichung und rechne auch $r(\tilde{s})$ aus. *1*

Solving the equation, we get

$$\tilde{s} = \frac{4}{5}\frac{11}{18} = \frac{22}{45} \approx 0.489.$$

0.5

For $t = c$, this gives $\frac{1511}{3132} \approx 0.482$.
For $t = 1 - c$, this gives $\frac{1999}{4104} \approx 0.487$.

This shows that our preferred choice of t was good (the exact value is ≈ 0.489).

Therefore the minimal radius is approximately

$$r(s) \approx r(\tilde{s}) = \sqrt{-\frac{1}{4}\left(\frac{22}{45}\right)^4 + \left(\frac{22}{45}\right)^2 - \frac{31}{36}\frac{22}{45} + \frac{25}{81}} = \sqrt{\frac{921697}{8201250}} \approx 0.335.$$

0.5

For $t = c$ and $t = 1 - c$, this gives the same result to three figures.

Lange Aufgabe 2.2: Experiment von Clément-Desormes *16*

Das Experiment von Clément-Desormes ist ein thermodynamisches Experiment, mit dem der Adiabatenexponent $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ eines idealen Gases bestimmt werden kann, wobei C_P und C_V die Wärmekapazitäten bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen sind. Das Experiment ist folgendermassen aufgebaut: Ein Behälter ist mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt. An den Behälter angeschlossen sind ein Ventil, ein Manometer (z. B. ein Quecksilbermanometer) und eine Pumpe (siehe Abbildung). Das Experiment läuft in drei Schritten ab. Im ersten Schritt wird der Druck des Gases mit der Pumpe erhöht, im zweiten Schritt wird der Überdruck über das Ventil abgelassen und schliesslich warten wir bis das Gas das thermische Gleichgewicht erreicht. Im Folgenden betrachten wir nur die n Mol Gas, welche nach der Druckentlastung im Behälter verbleiben (zu Beginn hat es mehr als n Mol Gas im Behälter).

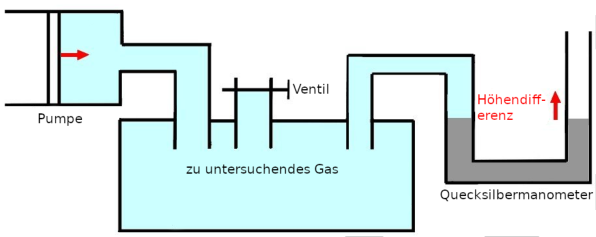


Abbildung 1: Aufbau des Experiments von Clément-Desormes.

Teil A. Quecksilbermanometer *2.25*

Ein Quecksilbermanometer misst den Druck eines Gases durch Höhenänderung einer Quecksilbersäule, siehe Abbildung. Millimeter Quecksilbersäule, mmHg, wurde dadurch zu einer Masseinheit des Drucks. Sie ist definiert als der hydrostatische Druck einer Quecksilbersäule von einem Millimeter Höhe bei einer Temperatur von $0\,°\mathrm{C}$.

i. Wie gross ist der hydrostatische Druck einer Flüssigkeitssäule mit Dichte ρ und Höhe h? ***0.5***

The hydrostatic pressure is given by $p = \rho g h$. 0.5

ii. Wie viel ist $1\,\mathrm{bar}$ in mmHg? Die Dichte von Quecksilber bei Umgebungsdruck und Temperatur $T = 0\,°\mathrm{C}$ beträgt $13.595\,\mathrm{g \cdot cm^{-3}}$. ***0.75***

A bar is defined as $1\,\mathrm{bar} = 1 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$, so $h = \frac{1\times10^5\,\mathrm{Pa}}{\rho g} = \frac{1\times10^5\,\mathrm{Pa}}{13.595\,\mathrm{g/cm^3}\cdot 9.806\,65\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}} = 750\,\mathrm{mm}$. So, $1\,\mathrm{bar} = 750\,\mathrm{mmHg}$. 0.75

iii. Weshalb eignet sich Quecksilber verglichen mit anderen Flüssigkeiten besonders gut, um solche Manometer zu bauen? ***1***

The high density of mercury as compared to e.g. water (about 13.6 times higher) is convenient because the corresponding height change between two different pressures is significantly lower than with less dense liquids. 1

Teil B. Pumpen und ablassen *2*

Jetzt starten wir den Versuch. Wir erhöhen den Gasdruck mit der Pumpe isotherm von (P_0, V_0) zu (P_A, V_{tot}) mit $P_A = P_0 + h_A = 780.31\,\text{mmHg}$. V_{tot} sei das Gesamtvolumen des Behälters. Wir nehmen an, dass dieses sich für den restlichen Versuch nicht mehr ändert. Das partielle Volumen der n Mol Gas ist zu diesem Zeitpunkt $V_A < V_{\text{tot}}$. An diesem Punkt haben wir also Druck und Volumen (P_A, V_A) für die n Mol des betrachteten Gases. Wir öffnen das Ventil nun schnell, lassen etwas Gas entweichen und gleichen so den Überdruck aus. Danach schliessen wir das Ventil schnell wieder. Wir nehmen an, dass die Röhre des Manometers sehr dünn ist, so dass wir die Volumenänderung durch die Bewegung der Quecksilbersäule vernachlässigen können. Nun sind nur noch unsere n Mol Gas im Behälter mit Druck und Volumen $(P_B, V_B) = (P_0, V_{\text{tot}})$. Die Umgebungstemperatur sei $T_0 = 12.5\,°\text{C}$ und der Umgebungsdruck sei $P_0 = 766.50\,\text{mmHg}$.

i. Welche Art von thermodynamischem Prozess läuft zwischen den Zuständen $A = (P_A, V_A)$ und $B = (P_B, V_B)$ ab? Begründe deine Antwort. ***0.5***

The process is adiabatic. 0.25

The reason is that we are considering a fast process such that no heat exchane occurs. 0.25

ii. In welcher Beziehung stehen der Druck und das Volumen bei A und der Druck und das Volumen bei B bei einem solchen Prozess? ***1.5***

For an adiabtic process we have $PV^\gamma = \text{constant}$. 1

So, one finds $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$. 0.5

As long as the latter is given, full points are awarded.

Teil C. Zurück zum thermischen Gleichgewicht *2.5*

Nach einer Weile befindet sich das System wieder im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung. Wir messen Druck und Volumen $(P_C, V_C) = (P_0 + h_C, V_{\text{tot}})$ wobei $h_C = 3.61\,\text{mmHg}$.

i. Welche Art von thermodynamischem Prozess läuft zwischen den Zuständen B und $C = (P_C, V_C)$ ab? Begründe deine Antwort. ***0.5***

The process is isochoric. 0.25

The reason is that the volume does not change between situations B and C. 0.25

ii. Wie gross ist die Temperatur T_C in Zustand C? ***0.5***

As the system has thermalized with the exterior, the temperature is the ambient temperature, namely $T_C = 12.5\,°\text{C}$. 0.5

iii. In welcher Beziehung stehen der Druck und das Volumen bei A und der Druck und das Volumen bei C? ***1.5***

We note that the temperature in case A is the same as the temperature in case C, since the initial pumping is an isothermic process. 0.5

With this, we can use the ideal gas law to write $P_A V_A = P_C V_C$. 1

Teil D. Der Adiabatenexponent *9.25*

Nun betrachten wir den gesamten Prozess, um den Adiabatenexponenten γ aus den vorhergehenden Messungen und Resultaten zu bestimmen.

i. Skizziere in einem P-V-Diagram die Prozesse unserer n Mol Gas von Zustand A bis C. ***1.25***

The diagram should schematically look like this:

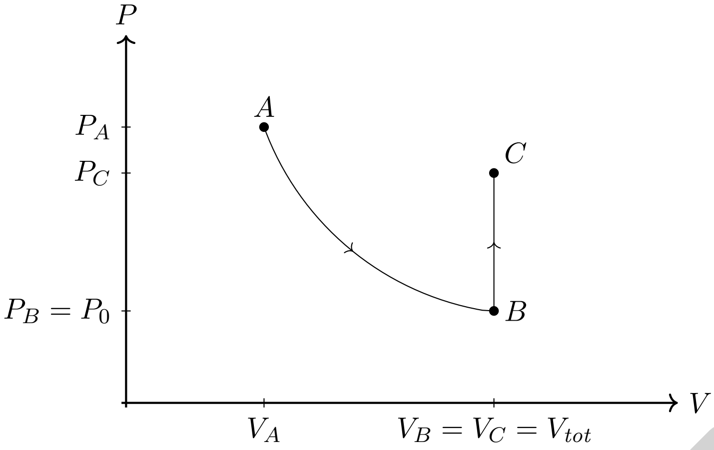


Abbildung D.1: P-V diagram of the experiment

The diagram axes are properly named as V and P (or p), respectively.	0.25
The ordering $P_A > P_C > P_B$ is respected.	0.25
The ordering $V_A < V_B = V_C$ is respected.	0.25
The adiabatic expansion has qualitatively the correct shape (a curved convex line).	0.25
The direction of the processes is shown and correct.	0.25
Remove 0.5 points if a line connects C and A (with a minimum of 0 points for the question).	

ii. Benutze deine Resultate aus den vorhergehenden Teilen um $\frac{P_0+h_A}{P_0}$ als Funktion von P_0, h_A, h_C und γ auszudrücken. Alle vier Grössen müssen vorkommen. *2*

We recall from the previous parts that $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$ and $P_A V_A = P_C V_C$.

From $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$ we find

$$(P_0 + h_A) V_A^\gamma = P_0 V_{\text{tot}}^\gamma$$

which gives

$$\frac{P_0 + h_A}{P_0} = \left(\frac{V_{\text{tot}}}{V_A}\right)^\gamma .$$

1

From $P_A V_A = P_C V_C$ we get

$$\frac{V_{\text{tot}}}{V_A} = \frac{P_0 + h_A}{P_0 + h_C}$$

. 0.5

Combining both equations gives

$$\frac{P_0 + h_A}{P_0} = \left(\frac{P_0 + h_A}{P_0 + h_C}\right)^\gamma$$

. 0.5

iii. Unter der Annahme, dass $h_A \ll P_0$ und $h_C \ll P_0$ ($\ll$ heisst «viel kleiner als»), vereinfache deinen Ausdruck für $\frac{P_0+h_A}{P_0}$.
Tipp: für $x \ll 1$ gilt $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$.
Tipp: vernachlässige $\left(\frac{h_A}{P_0}\right)^2$, $\left(\frac{h_C}{P_0}\right)^2$, $\frac{h_A h_C}{P_0^2}$ und Terme höherer Ordnung. ***2.5***

We can start by rewriting the right-hand side of the previous answer in a way that we can use the given Taylor expansion:

$$\left(\frac{P_0+h_A}{P_0+h_C}\right)^\gamma = \left(1+\frac{h_A}{P_0}\right)^\gamma \left(1+\frac{h_C}{P_0}\right)^{-\gamma}$$

1

Applying the Taylors expansion then gives (keeping only terms linear in $\frac{h_A}{P_0}$ and $\frac{h_C}{P_0}$)

$$\left(\frac{P_0+h_A}{P_0+h_C}\right)^\gamma \approx \left(1+\gamma\frac{h_A}{P_0}\right)\left(1-\gamma\frac{h_C}{P_0}\right) \approx 1+\gamma\frac{h_A-h_C}{P_0}.$$

1

We end up with

$$\frac{P_0+h_A}{P_0} = 1+\gamma\frac{h_A-h_C}{P_0}.$$

0.5

iv. Benutze das Resultat aus dem vorherigen Teil um den Adiabatenexponenten γ als Funktion von h_A und h_C darzustellen. ***1***

Isolating γ we find

$$\gamma = \frac{h_A}{h_A-h_C}.$$

1

v. Berechne den Adiabatenexponenten γ aus den gegebenen Messungen. ***1***

Using the given numerical values for P_0, P_0+h_A and h_C, one finds

$$\gamma = \frac{780.31-766.50}{780.31-766.50-3.61} \approx 1.35.$$

1

vi. Aus dem Gleichverteilungssatz lässt sich herleiten, dass $C_V = \frac{f}{2}R$ und $C_P = \frac{f+2}{2}R$, mit f der Anzahl Freiheitsgraden des Gasmoleküls. Unser Gas hier hat $f=5$ Freiheitsgrade. Wie gross ist die Differenz zwischen dem theoretischen und dem experimentellen Wert für γ? ***1***

Using the definition of γ we find $\gamma = \frac{f+2}{f} = \frac{7}{5} = 1.4$. This gives a relative difference $\frac{\gamma_{\text{th}}-\gamma_{\text{exp}}}{\gamma_{\text{th}}} = 3.6\%$. 1

vii. Was sind mögliche Ursachen dieser Abweichung? ***0.5***

If at least two of the following reasons is mentioned, or any other meaningful potential reasson is mentioned, then the full points are obtained.

The discrepancy could come from: the statistical uncertainty in the measurements, a systematic uncertainty due to a wrong assumption (the process $A \to B$ might not be fully adiabatic, the change of volume due to the pressure changes in the manometer might not be negligible, the initial compression might not be fully isothermic, ...), etc. 0.5

Lange Aufgabe 2.3: Spiegelladungen *16*

Ein häufiges Problem in der Elektrostatik ist die Bestimmung des elektrischen Potentials in einem System, das aus Punktladungen und leitenden Körpern verschiedener Formen besteht. In dieser Aufgabe werden wir eine Methode entwickeln, das sogenannte Prinzip der Spiegelladungen oder Bildladungen, um solche Probleme in Fällen mit gewissen Symmetrien stark zu vereinfachen. Wir betrachten in dieser Aufgabe das SI-Einheitensystem.

Teil A. Elektrisches Potential und Leiter *2.25*

Im ersten Teil betrachten wir faradaysche Käfige.

i. Was ist das elektrische Potential V einer Punktladung q als Funktion des Abstands r von der Ladung? ***0.25***

The potential is given by $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$. 0.25

ii. Was ist das elektrische Potential V von N Punktladungen q_i, $i \in 1, 2, ..., N$, als Funktion der Abstände r_i von den Ladungen q_i? ***0.5***

The total potential is given by the sum of the individual potentials: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}$. 0.5

iii. Betrachte die Situation in Abb. B.1. Was kannst du über das elektrische Potential auf der Oberfläche des geerdeten leitenden Materials sagen? ***0.5***

As we have a grounded conductor, the potential on the surface must vanish, so $V = 0$ on the conductor. 0.5

iv. Ist es während eines Sturms sicherer sich in einem Auto oder draussen aufzuhalten? Wieso? Argumentiere mithilfe der Antwort zur vorherigen Frage. ***1***

It is safer to stay in one's car, because the metallic hull of the car is a grounding conducting surface for which $V = 0$ holds such that its inside is protected against lightning. 1

Teil B. Spiegelladung für eine Fläche *4.25*

Betrachte die in Abbildung B.1 dargestellte Situation. Das Ziel dieses Aufgabenteils ist es, das elektrische Potential an jedem Punkt über der Platte zu bestimmen. Mit einem Trick kann man das Problem deutlich vereinfachen. Die Idee ist eine imaginäre «Spiegelladung» einzuführen, um die durch das leitende Material bestimmte Randbedingung zu reproduzieren.
Wenn in der Elektrostatik zwei physikalische Systeme Potentiale mit den gleichen Randbedingungen haben, sind die beiden Sitationen physikalisch äquivalent. Um also das elektrische Potential dieses Systems zu bestimmen, wollen wir ein anderes System finden, in welchem wir das Potential einfacher beschreiben können.

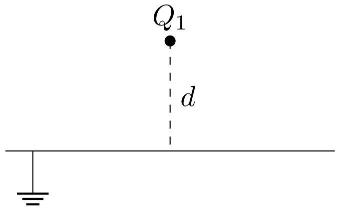


Abbildung B.1: Eine unendlich grosse geerdete leitende Platte und eine Punktladung Q_1 mit Position $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (0, 0, d)$.

i. Was sind die Randbedingungen für das elektrische Potential V in diesem System? ***0.25***

As seen in the previous part, the potential must satisfy $V = 0$ on the grounded conducting surface. 0.25

ii. Wir stellen uns ein zweites physikalisches System vor, mit der gleichen Ladung Q_1 an derselben Position $\vec{r}_1$ wie in Abb. B.1 aber ohne die leitende Platte. Unser Ziel ist es, eine Konfiguration mit einer zweiten Ladung Q_2 mit Position $\vec{r}_2$ zu finden, welche die gleichen Randbedingungen erfüllt wie in Abb. B.1. Was sollten Q_2 und $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ sein, damit das geschieht? Warum? ***1.5***

By symmetry, we can expect the mirror charge to lie at position $\vec{r}_2 = (0, 0, -d)$. 0.5

If the mirror charge lies at $(x_2, y_2, z_2) = (0, 0, -d)$ we can check that picking $Q_2 = -Q_1$ indeed satisfies the boundary conditions. 0.5

Indeed, this must be the case by symmetry. One could also check it explicitly using the result from Aii. 0.5

iii. Verwende deine bisherigen Resultate, um das elektrische Potential $V(x, y, z)$ über der Platte im System in Abb. B.1 als Funktion der Koordinaten (x, y, z), der Distanz d und der Ladung Q_1 zu bestimmen. Der Ausdruck darf als Summe von zwei Termen geschrieben werden und muss nicht vollständig vereinfacht werden. ***1***

The resulting potential in the charge-plane conductor system must be the same as the charge-mirror charge system, so we obtain for $\vec{r} = (x, y, z)$

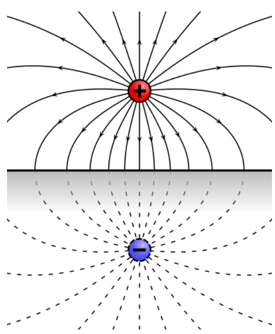
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q_1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} - \frac{Q_1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z+d)^2}}\right].$$

1

The solution could be written in a different form as long as the potential is written explicitly as a function of the required quantities.

iv. Skizziere die Feldlinien im System mit Punktladung und leitender Platte aus Abb. B.1 unter der Annahme, dass $Q_1 > 0$ (in einer separaten Skizze, nicht auf dem Aufgabenblatt). ***1.5***

The drawing should qualitatively look like the upper half of the following image. The lower half should contain no field lines.



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:VFPt_imagecharge_plane_horizontal_plusminus.svg

The field lines should flow from the positive charge to the conductor. 0.5

The field lines should stop at the level of the conductor. 0.5

The field lines at the level of the conductor should be perpendicular to its surface. 0.5

Teil C. Spiegelladungen am rechten Winkel *5.5*

Wir betrachten nun komplexere Formen von Leitern.

i. Wir betrachten nun das in Abb. C.1 dargestellte System. Was ist die Anzahl N von Spiegelladungen, die benötigt werden, um die Randbedingungen des Leiters zu reproduzieren? Was sind deren Ladungen Q_i und Positionen $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ für $i = 1, 2, ..., N$? Warum?

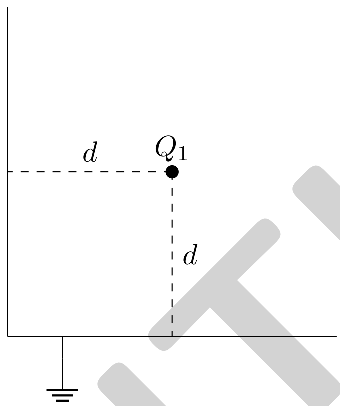


Abbildung C.1: Zwei unendlich grosse geerdete leitende Halbebenen stehen senkrecht aufeinander und eine Punktladung Q_1 befindet sich bei $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (d, 0, d)$.

2.5

We want the potential to vanish on the conductor plates.

By symmetry considerations, we can convince ourselves that the mirror charges should lie at the positions $\vec{r}_2 = (-d, 0, d)$, $\vec{r}_3 = (-d, 0, -d)$ and $\vec{r}_4 = (d, 0, -d)$. 0.5

Similarly, we can expect to have Q_2=Q_4. 0.5

After some trial and error, one can notice that the choice $Q_2 = Q_4 = -Q_1$ and $Q_3 = Q_1$ leads to a vanishing potential on the conducting plates. 0.5

Indeed, by saying that r_i is the distance from the position $\vec{r}$ to the charge i, we have

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q_1}{r_1} - \frac{Q_1}{r_2} + \frac{Q_1}{r_3} - \frac{Q_1}{r_4}\right].$$

On the vertical plate, we have $r_1 = r_2$ and $r_3 = r_4$ such that indeed $V = 0$. On the horizontal plate we have $r_1 = r_4$ and $r_2 = r_3$ so we also have a vanishing potential. 1

A more explicit computation making less explicit use of symmetries, or a more implicit reasoning with the symmetries is fine as long as the reasoning is correct and indeed shows that the choice is the correct one.

ii. Was ist das zugehörige Potential $V(x, y, z)$ als Funktion der Koordinaten (x, y, z), des Abstands d und der Ladung Q_1? Der Ausdruck darf als Summe von N Termen geschrieben werden und muss nicht vollständig vereinfacht werden. *1*

With the charges and positions from the previous question, we find the potential

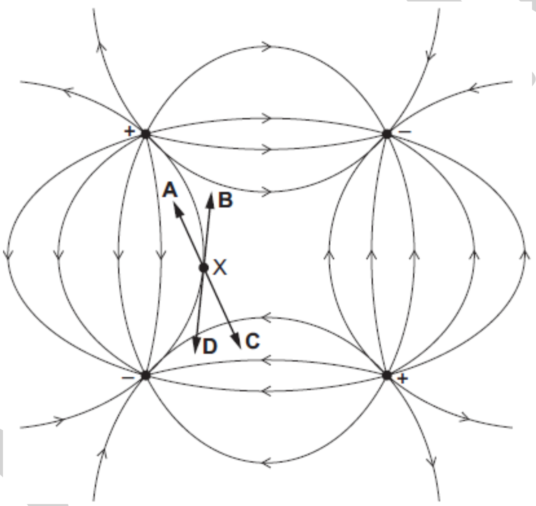
$$V(x,y,z) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{(x-d)^2+y^2+(z-d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2+y^2+(z-d)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+d)^2+y^2+(z+d)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-d)^2+y^2+(z+d)^2}}\right]. \tag{C.2}$$

1

The solution could be written in a different form as long as the potential is written explicitly as a function of the required quantities.

iii. Skizziere die Feldlinien im System aus Punkladung und Halbebenen unter der Annahme, dass $Q_1 < 0$ (in einer separaten Skizze, nicht auf dem Aufgabenblatt). *2*

The drawing should qualitatively look like the following image (do not consider the A, B, C, D arrows and the point X), but with the field lines stopping at the level of the two half-plane conductors.



https://physics-ref.blogspot.com/2019/01/the-diagram-shows-electric-field.html

The field lines flow from positive to negative charges.	0.5
There is no straight line between the charge Q_1 and the charges Q_2 and Q_4.	0.5
The field lines stop at the level of the conductors.	0.5
The overall shape is qualitatively similar to the picture above.	0.5

Teil D. Spiegelladungen für eine Kugel *4*

Es ist auch möglich für gekrümmte Geometrien Spiegelladungen zu definieren.

i. Wir betrachten nun das in Abb. D.1 dargestellte System. Es stellt sich heraus, dass nur eine Spiegelladung nötig ist, um die entsprechenden Randbedingungen zu reproduzieren. Was ist die Ladung Q_2 und die Position $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$? *Tipp:* Du darfst ohne Beweis verwenden, dass ein Potential, welches die Randbedingungen an den Postitionen $(r, 0, 0)$ und $(-r, 0, 0)$ erfüllt, die Randbedingungen auf der ganzen Kugel erfüllt.

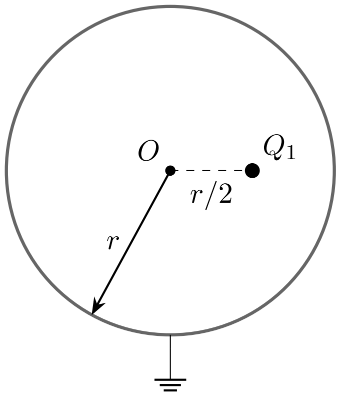


Abbildung D.1: Kugelförmiger geerdeter Leiter mit Radius r mit Mittelpunkt O bei $\vec{r}_0 = (0, 0, 0)$ und eine Punktladung Q_1 an der Position $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) = (r/2, 0, 0)$. Wir sehen hier einen Schnitt der Kugel mit der xz-Ebene bei $y = 0$.

2.5

By symmetry considerations, we expect the mirror charge to lie on the x-axis. 0.5

Using the hint, we consider the position $(r, 0, 0)$ where the potential should vanish. This gives us the condition

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q_1}{r/2} + \frac{Q_2}{|x_2 - r|}\right] = 0.$$

One can convince oneself qualitatively that having $x_2 - r < 0$ cannot lead to the appropriate boundary conditions on the full sphere. We then get

$$\frac{Q_2}{x_2 - r} = -\frac{2Q_1}{r}.$$

0.5

Considering now the position $(-r, 0, 0)$ we obtain the condition

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{Q_1}{3r/2} + \frac{Q_2}{x_2 + r}\right] = 0,$$

which gives

$$\frac{Q_2}{x_2 + r} = -\frac{2Q_1}{3r}.$$

0.5

With the first condition we have $Q_2 = -2Q_1\frac{x_2 - r}{r}$, which we can insert in the second condition to obtain

$$\frac{2Q_1}{r}\frac{x_2 - r}{x_2 + r} = \frac{2Q_1}{3r}$$

and thus

$$x_2 - r = \frac{x_2 + r}{3},$$

which finally gives

$$x_2 = 2r.$$

The position of the mirror charge is thus $(x_2, y_2, z_2) = (2r, 0, 0)$. Inserting this back in the first conditions we also get $Q_2 = -2Q_1$. 1

A more explicit computation making less explicit use of symmetries, or a more implicit reasoning with the symmetries is fine as long as the reasoning is correct and indeed shows that the choice is the correct one.

ii. Was ist das zugehörige Potential $V(x, y, z)$ als Funktion der Koordinaten (x, y, z), des Radius r und der Ladung Q_1? Der Ausdruck darf als Summe von zwei Termen stehengelassen werden und muss nicht vollständig vereinfacht werden. ***1.5***

Using our previous results, we find

$$V(x, y, z) = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{(x - r/2)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{2}{\sqrt{(x - 2r)^2 + y^2 + z^2}}\right].$$

1.5

The solution could be written in a different form as long as the potential is written explicitly as a function of the required quantities.